

Изгиб упругопластической трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем в терморadiационном поле

А.С. МЕЛЬНИКОВА

В работе представлены результаты аналитического и численного решения задачи об изгибе упругопластической пластины при действии силовых и терморadiационных нагрузок. В качестве объекта исследования рассматривалась трехслойная прямоугольная пластина со сжимаемым наполнителем. Кинематические гипотезы основаны на гипотезе ломаной линии: для внешних слоев принимаются гипотезы Кирхгофа, в жестком сжимаемом наполнителе деформированная нормаль остается прямой. Равномерно распределенная нагрузка приложена к внешней поверхности первого несущего слоя. Тепловой и нейтронный потоки направлены перпендикулярно первому несущему слою.

Ключевые слова: трехслойная прямоугольная пластина, сжимаемый наполнитель, термоупругопластическая пластина, изгиб.

The paper presents the results of analytical and numerical solution of the problem of elastic-plastic plate bending under force and thermal-radiation loads. A three-layer rectangular plate with a compressible filler was considered as an object of study. Kinematic hypotheses are based on the broken line hypothesis: Kirchhoff's hypotheses are accepted for the outer layers, and the deformed normal remains rectilinear in a rigid compressible filler. A uniformly distributed load is applied to the outer surface of the first bearing layer. Thermal and neutron fluxes are directed perpendicular to the first bearing layer.

Keywords: three-layer rectangular plate, compressible filler, thermoelastoplastic plate, bending.

Введение. Сегодня известно множество слоистых конструкций, которые используются в различных отраслях экономики нашей страны. Слоистые конструкции состоят из нескольких слоев материалов с различными механическими свойствами. Под трехслойной конструкцией понимаем панель, состоящую из двух несущих слоев и наполнителя между ними. Трехслойные элементы за счет сочетания материалов с различными свойствами становятся способными сопротивляться различным внешним воздействиям и позволяют сократить расходы в период эксплуатации. Чтобы их применение было обосновано в каждом конкретном случае, необходимо разрабатывать новые либо уточнять уже существующие методы расчета таких конструкций.

В монографии [1] рассматривается деформирование трехслойных стержней в терморadiационных полях. Деформирование композитных пластин при действии нейтронного потока исследовано в работах [2]–[3]. В работе [4] рассмотрен изгиб упругой круговой несимметричной по толщине трехслойной пластины локальными равномерно распределенными по кругу нагрузками в нейтронном потоке. Изгиб круговой трехслойной пластины кольцевой нагрузкой в условиях нейтронного облучения рассмотрен в статье [5]. В [6] исследовано изменение нейтронного потока при прохождении через трехслойную пластину. В статьях [7]–[10] исследованы пластины при воздействии температуры. Влияние физических и механических свойств материалов слоистых тел на напряженное состояние рассматривалось в работе [11]. Колебания пластин и оболочек при действии различных нагрузок исследовано в [12]–[13]. Здесь выполнена постановка и решение задачи об изгибе упругопластической трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем в терморadiационном поле.

Постановка краевой задачи. Рассматривается несимметричная по толщине упругая трехслойная прямоугольная пластина, состоящая из двух несущих слоев и сжимаемого наполнителя. Для изотропных несущих слоев приняты гипотезы Кирхгофа. В жестком наполнителе справедливы точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемеще-

ний его точек от поперечной координаты z . На границах контакта перемещения непрерывны. Материалы несущих слоев несжимаемы в поперечном и продольном направлении, в заполнителе учитывается обжатие. Деформации малые. Система координат x, y, z связывается со срединной плоскостью заполнителя.

Предположим, что в начальный момент времени на трехслойную пластину со сжимаемым заполнителем, находящуюся в естественном состоянии, начинают действовать внешняя распределенная нагрузка q , проекции которой на координатные оси: $q(x, y)$, $p_x(x, y)$, $p_y(x, y)$, тепловой поток интенсивностью q_t , направленный перпендикулярно первому несущему слою, а также нейтронный поток. За искомые функции принимаем продольные перемещения $u_{kx}(x, y)$, $u_{ky}(x, y)$ и прогибы $w_k(x, y)$ срединных поверхностей несущих слоев ($k = 1, 2$) (рисунок 1).

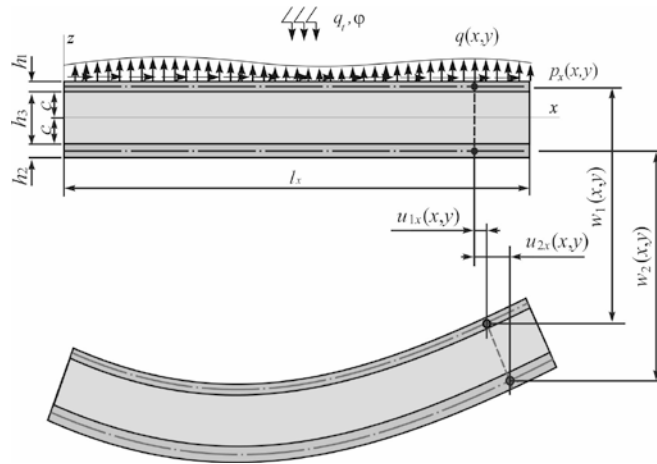


Рисунок 1 – Расчетная схема прямоугольной трехслойной пластины

При радиационном (нейтронном) воздействии на упругопластическое тело в функцию пластичности и объемную деформацию вносятся корректировки. Физические уравнения пластичности в радиационном поле принимают вид

$$s_{ij} = 2Gf_1(\epsilon_u, I)\epsilon_{ij}, \quad \sigma = K(3\epsilon - BI).$$

Здесь $I = \varphi t$ – интегральный нейтронный поток, который в пределах малых упругопластических деформаций приводит к увеличению радиационного упрочнения материала и росту предела текучести. Радиационное увеличение объемной деформации учитывается величиной BI , где B – константа материала.

При одновременном воздействии теплового и нейтронного потоков уравнения терморadiационной пластичности принимают вид

$$s_{ij} = 2G(T)f_1(\epsilon_u, T, I)\epsilon_{ij}, \quad \sigma = K(3\epsilon - 3\alpha\Delta T - BI).$$

Предположим, что упругопластическая пластина находится в температурном поле $T_k(z)$ и облучается нейтронным потоком $I = \varphi t$, где φ – интенсивность в нейтрон/с, t – время. Соответствующие физические уравнения состояния примут вид

$$s_{ij}^{(k)} = 2G_k(T_k)\left(1 - \omega^{(k)}(\epsilon_u^{(k)}, T_k, I)\right)\epsilon_{ij}^{(k)},$$

$$\sigma^{(k)} = 3K_k(T_k)(\epsilon^{(k)} - \alpha_{0k}\Delta T_k - BI) \quad (i, j = x, y, z, k = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где $s_{ij}^{(k)}$, $\sigma^{(k)}$ – девиаторная и шаровая части тензора напряжений; $\epsilon_{ij}^{(k)}$, $\epsilon^{(k)}$ – девиаторная и шаровая части тензора деформаций; $\epsilon_u^{(k)}$ – интенсивность деформации в k -м слое; $\omega^{(k)}(\epsilon_u^{(k)}, T_k, I)$ – функции пластичности Ильюшина в несущих слоях с учетом зависимости от величины нейтронного потока; $\omega^{(3)}(\epsilon_u^{(3)}, T_k, I)$ – универсальная функция, описывающая физическую нелинейность материала заполнителя с учетом зависимости от величины ней-

тронного потока; $G_k(T_k), K_k(T_k)$ – температурно-зависимые модули упругости материалов слоев; α_{0k} – коэффициент линейного температурного удлинения; ΔT_k – приращение температуры, отсчитываемое от некоторого начального значения T_0 .

Радиационное облучение твердых тел сопровождается многочисленными эффектами, в результате которых в них возникает объемная деформация, изменяются упругие и особенно пластические характеристики вещества.

Исходя из соотношений (1), выделим в тензоре напряжений упругие (с индексом «0») и нелинейные (с индексом « ω ») слагаемые, которые будут включать терморрадиационные добавки:

– в несущих слоях

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(k)} &= \sigma_{xx}^{(k)0} - \sigma_{xx}^{(k)\omega}, \\ \sigma_{xx}^{(k)0} &= 2G_k(T_k)\varepsilon_{xx}^{(k)} + 3K_k(T_k)\varepsilon^{(k)} = K_k^+(T_k)\varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^-(T_k)\varepsilon_{yy}^{(k)}, \\ \sigma_{xx}^{(k)\omega} &= 2G_k(T_k)\varepsilon_{xx}^{(k)}\omega^{(k)} + 3K_k(T_k)\alpha_{0k}\Delta T_k = \frac{2}{3}G_k(T_k)(2\varepsilon_{xx}^{(k)} - \varepsilon_{yy}^{(k)})\omega^{(k)} + 3K_k(T_k)\alpha_{0k}\Delta T_k + BI, \\ \sigma_{yy}^{(k)} &= \sigma_{yy}^{(k)0} - \sigma_{yy}^{(k)\omega}, \\ \sigma_{yy}^{(k)0} &= 2G_k(T_k)\varepsilon_{yy}^{(k)} + 3K_k(T_k)\varepsilon^{(k)} = K_k^+(T_k)\varepsilon_{yy}^{(k)} + K_k^-(T_k)\varepsilon_{xx}^{(k)}, \\ \sigma_{yy}^{(k)\omega} &= 2G_k(T_k)\varepsilon_{yy}^{(k)}\omega^{(k)} + 3K_k(T_k)\alpha_{0k}\Delta T_k = \frac{2}{3}G_k(T_k)(2\varepsilon_{yy}^{(k)} - \varepsilon_{xx}^{(k)})\omega^{(k)} + \\ &+ 3K_k(T_k)\alpha_{0k}\Delta T_k + BI, \\ \sigma_{xy}^{(k)} &= \sigma_{xy}^{(k)0} - \sigma_{xy}^{(k)\omega}, \quad \sigma_{xy}^{(k)0} = 2G_k(T_k)\varepsilon_{xy}^{(k)} = 2G_k(T_k)\varepsilon_{xy}^{(k)}, \\ \sigma_{xy}^{(k)\omega} &= 2G_k(T_k)\varepsilon_{xy}^{(k)}\omega^{(k)} = 2G_k(T_k)\varepsilon_{xy}^{(k)}\omega^{(k)};\end{aligned}$$

– в заполнителе

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(3)} &= \sigma_{xx}^{(3)0} - \sigma_{xx}^{(3)\omega}, \\ \sigma_{xx}^{(3)0} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{xx}^{(3)} + 3K_3(T_3)\varepsilon^{(3)} = K_3^+(T_3)\varepsilon_{xx}^{(3)} + K_3^-(T_3)(\varepsilon_{yy}^{(3)} + \varepsilon_{zz}^{(3)}), \\ \sigma_{xx}^{(3)\omega} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{xx}^{(3)}\omega^{(3)} + 3K_3(T_3)\alpha_{03}\Delta T_3 = \\ &= \frac{2}{3}G_3(T_3)(2\varepsilon_{xx}^{(3)} - \varepsilon_{yy}^{(3)} - \varepsilon_{zz}^{(3)})\omega^{(3)} + 3K_3(T_3)\alpha_{03}\Delta T_3 + BI, \\ \sigma_{yy}^{(3)} &= \sigma_{yy}^{(3)0} - \sigma_{yy}^{(3)\omega}, \\ \sigma_{yy}^{(3)0} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{yy}^{(3)} + 3K_3(T_3)\varepsilon^{(3)} = K_3^+(T_3)\varepsilon_{yy}^{(3)} + K_3^-(T_3)\varepsilon_{xx}^{(3)} + K_3^-(T_3)\varepsilon_{zz}^{(3)}, \\ \sigma_{yy}^{(3)\omega} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{yy}^{(3)}\omega^{(3)} + 3K_3(T_3)\alpha_{03}\Delta T_3 = \\ &= \frac{2}{3}G_3(T_3)(2\varepsilon_{yy}^{(3)} - \varepsilon_{xx}^{(3)} - \varepsilon_{zz}^{(3)})\omega^{(3)} + 3K_3(T_3)\alpha_{03}\Delta T_3 + BI, \\ \sigma_{zz}^{(3)} &= \sigma_{zz}^{(3)0} - \sigma_{zz}^{(3)\omega}, \\ \sigma_{zz}^{(3)0} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{zz}^{(3)} + 3K_3(T_3)\varepsilon^{(3)} = K_3^+(T_3)\varepsilon_{zz}^{(3)} + K_3^-(T_3)(\varepsilon_{xx}^{(3)} + \varepsilon_{yy}^{(3)}), \\ \sigma_{zz}^{(3)\omega} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{zz}^{(3)}\omega^{(3)} + 3K_3(T_3)\alpha_{03}\Delta T_3 = \\ &= \frac{2}{3}G_3(T_3)(2\varepsilon_{zz}^{(3)} - \varepsilon_{xx}^{(3)} - \varepsilon_{yy}^{(3)})\omega^{(3)} + 3K_3(T_3)\alpha_{03}\Delta T_3 + BI, \\ \sigma_{xy}^{(3)} &= \sigma_{xy}^{(3)0} - \sigma_{xy}^{(3)\omega}, \quad \sigma_{xy}^{(3)0} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{xy}^{(3)} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{xy}^{(3)}, \\ \sigma_{xy}^{(3)\omega} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{xy}^{(3)}\omega^{(3)} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{xy}^{(3)}\omega^{(3)}, \\ \sigma_{xz}^{(3)} &= \sigma_{xz}^{(3)0} - \sigma_{xz}^{(3)\omega}, \quad \sigma_{xz}^{(3)0} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{xz}^{(3)} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{xz}^{(3)}, \\ \sigma_{xz}^{(3)\omega} &= 2G_3(T_3)\varepsilon_{xz}^{(3)}\omega^{(3)} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{xz}^{(3)}\omega^{(3)}, \\ \sigma_{yz}^{(3)} &= \sigma_{yz}^{(3)0} - \sigma_{yz}^{(3)\omega}, \quad \sigma_{yz}^{(3)0} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{yz}^{(3)} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{yz}^{(3)},\end{aligned}$$

$$\sigma_{yz}^{(3)\omega} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{yz}^{(3)}\omega^{(3)} = 2G_3(T_3)\varepsilon_{yz}^{(3)}\omega^{(3)},$$

$$K_k^+(T_k) = K_k(T_k) + \frac{4}{3}G_k(T_k), \quad K_k^-(T_k) = K_k(T_k) - \frac{2}{3}G_k(T_k). \quad (2)$$

Аналогичные (2) действия проводим с внутренними и обобщенными усилиями. Система уравнений равновесия в усилиях примет вид:

$$\begin{aligned} H_{1x}^0 - V_{1,y}^0 - P_{1x,x}^0 &= p_x + H_{1x}^\omega - V_{1,y}^\omega - P_{1x,x}^\omega, \\ H_{1x}^0 + V_{2,y}^0 + P_{2x,x}^0 &= H_{1x}^\omega + V_{2,y}^\omega + P_{2x,x}^\omega, \\ H_{1y}^0 - V_{1,x}^0 - P_{1y,y}^0 &= p_y + H_{1y}^\omega - V_{1,x}^\omega - P_{1y,y}^\omega, \\ H_{1y}^0 + V_{2,x}^0 + P_{2y,y}^0 &= H_{1y}^\omega + V_{2,x}^\omega + P_{2y,y}^\omega, \\ S_{1x,xx}^0 + H_2^0 - T_{1x,x}^0 - U_{1,xy}^0 + S_{1y,yy}^0 - T_{1y,y}^0 &= \\ &= q + \frac{p_{x,x}h_1}{2} + \frac{p_{y,y}h_1}{2} + S_{1x,xx}^\omega + H_2^\omega - T_{1x,x}^\omega - U_{1,xy}^\omega + S_{1y,yy}^\omega - T_{1y,y}^\omega, \\ S_{2x,xx}^0 - H_2^0 - T_{2x,x}^0 - U_{2,xy}^0 + S_{2y,yy}^0 - T_{2y,y}^0 &= \\ &= S_{2x,xx}^\omega - H_2^\omega - T_{2x,x}^\omega - U_{2,xy}^\omega + S_{2y,yy}^\omega - T_{2y,y}^\omega. \end{aligned} \quad (3)$$

Задача (3) замыкается добавлением силовых граничных условий, где при $x=0, l_x$ должны выполняться требования:

$$\begin{aligned} P_{1x}^0 &= N_{rx}^{(1)} + P_{1x}^t, \quad P_{2x}^0 = N_{rx}^{(2)} + P_{2x}^t, \quad V_1^0 = Q_{xy}^{(1)}, \quad V_2^0 = Q_{xy}^{(2)}, \quad T_{1x}^0 - S_{1x,x}^0 - U_{1,y}^0 = Q_{rx}^{(1)}, \\ T_{2x}^0 - S_{2x,x}^0 - U_{2,y}^0 &= Q_{rx}^{(2)}, \quad S_{1x}^0 = M_{rx}^{(1)} + S_{1x}^t, \quad S_{2x}^0 = M_{rx}^{(2)} + S_{2x}^t. \end{aligned}$$

При $y=0, l_y$

$$\begin{aligned} P_{1y}^0 &= N_{sy}^{(1)} + P_{1y}^t, \quad P_{2y}^0 = N_{sy}^{(2)} + P_{2y}^t, \quad V_1^0 = Q_{xy}^{(1)}, \quad V_2^0 = Q_{xy}^{(2)}, \quad T_{1y}^0 - S_{1y,y}^0 = Q_{sy}^{(1)}, \\ T_{2y}^0 - S_{2y,y}^0 &= Q_{sy}^{(2)}, \quad S_{1y}^0 = M_{sy}^{(1)} + S_{1y}^t, \quad S_{2y}^0 = M_{sy}^{(2)} + S_{2y}^t, \quad U_1^0 = Q_{sxy}^{(1)}, \quad U_2^0 = Q_{sxy}^{(2)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $N_{rx}^{(p)}$, $Q_{rx}^{(p)}$, $Q_{sxy}^{(p)}$, $M_{rx}^{(p)}$, $N_{ly}^{(p)}$, $Q_{sxy}^{(p)}$, $Q_{sy}^{(p)}$, $M_{sy}^{(p)}$ – заданные усилия на торцах пластины, где индекс p соответствует номеру несущего слоя. Индекс r принимает значения $0, l_x$, индекс s – $0, l_y$, указывая, на какой стороне пластины задано усилие.

Подставим в уравнения равновесия (3) выражения линейных и нелинейных составляющих внутренних усилий через искомые функции $u_{1x}, u_{1y}, u_{2x}, u_{2y}, w_1, w_2$. Получим систему нелинейных дифференциальных уравнений, которая в итерационном виде примет вид:

$$\begin{aligned} a_1 u_{1x}^n - a_1 u_{2x}^n - a_4 u_{1x,xx}^n - a_5 u_{2x,xx}^n - a_{19} u_{1x,yy}^n - a_{18} u_{2x,yy}^n - a_{21} u_{1y,xy}^n - a_{23} u_{2y,xy}^n + \\ + a_2 w_{1,x}^n + a_3 w_{2,x}^n - 2a_{24} w_{1,xyy}^n + a_{25} w_{2,xyy}^n - 2a_6 w_{1,xxx}^n + a_7 w_{2,xxx}^n &= p_x + p_\omega^{n-1}, \\ -a_1 u_{1x}^n + a_1 u_{2x}^n - a_5 u_{1x,xx}^n - a_9 u_{2x,xx}^n - a_{18} u_{1x,yy}^n - a_{20} u_{2x,yy}^n - a_{23} u_{1y,xy}^n - a_{22} u_{2y,xy}^n - a_{10} w_{1,x}^n - \\ - a_{17} w_{2,x}^n - a_{24} w_{1,xyy}^n + 2a_{25} w_{2,xyy}^n - a_6 w_{1,xxx}^n + 2a_7 w_{2,xxx}^n &= s_\omega^{n-1}, \\ a_1 u_{1y}^n - a_1 u_{2y}^n - a_4 u_{1y,yy}^n - a_5 u_{2y,yy}^n - a_{19} u_{1y,xx}^n - a_{18} u_{2y,xx}^n - a_{21} u_{1x,xy}^n - a_{23} u_{2x,xy}^n + a_2 w_{1,y}^n + \\ + a_3 w_{2,y}^n - 2a_{24} w_{1,xyy}^n + a_{25} w_{2,xyy}^n - 2a_6 w_{1,yyy}^n + a_7 w_{2,yyy}^n &= p_y + h_\omega^{n-1}, \\ -a_1 u_{1y}^n + a_1 u_{2y}^n - a_5 u_{1y,yy}^n - a_9 u_{2y,yy}^n - a_{18} u_{1y,xx}^n - a_{20} u_{2y,xx}^n - a_{23} u_{1x,xy}^n - a_{22} u_{2x,xy}^n - a_{10} w_{1,y}^n - \\ - a_{17} w_{2,y}^n - a_{24} w_{1,xyy}^n + 2a_{25} w_{2,xyy}^n - a_6 w_{1,yyy}^n + 2a_7 w_{2,yyy}^n &= r_\omega^{n-1}, \\ -a_2 u_{1x,x}^n - a_2 u_{1y,y}^n + a_{10} u_{2x,x}^n + a_{10} u_{2y,y}^n + 2a_6 u_{1x,xxx}^n + a_6 u_{2x,xxx}^n + 2a_6 u_{1y,yyy}^n + a_6 u_{2y,yyy}^n + \\ + 2a_{24} u_{1x,xyy}^n + a_{24} u_{2x,xyy}^n + 2a_{24} u_{1y,xyy}^n + a_{24} u_{2y,xyy}^n + a_{11} w_{1,xx}^n + a_{11} w_{1,yy}^n - a_{12} w_{2,xx}^n - \\ - a_{12} w_{2,yy}^n + a_{15} w_{1,xxx}^n + a_{15} w_{1,yyy}^n - a_{16} w_{2,xxx}^n - a_{16} w_{2,yyy}^n + a_{26} w_{1,xyy}^n - a_{28} w_{2,xyy}^n + \\ + a_8 w_{1,x}^n - a_8 w_{2,x}^n &= q + 0,5 p_{x,x} h_1 + 0,5 p_{y,y} h_1 + q_\omega^{n-1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -a_3 u_{1y,y}^n - a_3 u_{1x,x}^n + a_{17} u_{2y,y}^n + a_{17} u_{2x,x}^n - a_7 u_{1y,yyy}^n - a_7 u_{1x,xxx}^n - 2a_7 u_{2y,yyy}^n - 2a_7 u_{2x,xxx}^n - \\
& - 2a_{27} u_{2y,xyy}^n - a_{25} u_{1y,xyy}^n - 2a_{25} u_{2x,xyy}^n - a_{25} u_{1x,xyy}^n - a_{12} w_1^n,_{xx} - a_{12} w_1^n,_{yy} + a_{14} w_2^n,_{xx} + \\
& + a_{14} w_2^n,_{yy} - a_{16} w_1^n,_{xxx} - a_{16} w_1^n,_{yyy} + a_{13} w_2^n,_{xxx} + a_{13} w_2^n,_{yyy} - a_{28} w_1^n,_{xyy} + a_{27} w_2^n,_{xyy} - \\
& - a_8 w_1^n + a_8 w_2^n = g_\omega^{n-1}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Здесь n – номер приближения, коэффициенты a_1, \dots, a_{28} определяются по интегральным формулами, учитывающим изменение параметров упругости по толщине пакета; величины с индексом « ω » в правой части уравнения – нелинейные слагаемые, которые учитывают физическую нелинейность материалов слоев и уровень облучения. На первом шаге приближения нелинейные слагаемые принимаются равными нулю, а в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущей итерации.

Применение сформулированного метода упругих решений в данном случае логично, так как позволяет сводить рассматриваемую задачу к соответствующей линейной задаче термоупругости с дополнительными нагрузками.

Принимаем кинематические условия свободного опирания рассматриваемой пластины по торцам $x=0, l_x$ на неподвижные в пространстве жесткие опоры. Соответствующие граничные условия в перемещениях при $x=0, l_x$ имеют вид ($k=1,2$):

$$u_{kx,x}^n = w_k^n = w_k^n,_{xx} = 0. \tag{6}$$

Систему дифференциальных уравнений (5) решаем методом Бубнова-Галеркина в виде разложения в тригонометрические ряды, которые автоматически удовлетворяют граничным условиям (6):

$$\begin{aligned}
u_{kx} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} U_{kxpm}^n \Psi_{xpm}(x, y), & u_{ky} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} U_{kypm}^n \Psi_{ypm}(x, y), \\
w_k &= \sum_{p,m=0}^{\infty} W_{kpm}^n \Psi_{zpm}(x, y),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $U_{kxpm}^n, U_{kypm}^n, W_{kpm}^n$ – неизвестные амплитуды перемещений на n -м шаге, ($k=1,2$); $\Psi_{xpm}, \Psi_{ypm}, \Psi_{zpm}$ – системы базисных ортогональных функций, которые удовлетворяют граничным условиям.

Внешние нагрузки

$$\begin{aligned}
p_\omega^{n-1} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} p_{\omega pm}^{n-1} \Psi_{xpm}(x, y), & s_\omega^{n-1} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} s_{\omega pm}^{n-1} \Psi_{xpm}(x, y), \\
h_\omega^{n-1} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} h_{\omega pm}^{n-1} \Psi_{ypm}(x, y), & r_\omega^{n-1} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} r_{\omega pm}^{n-1} \Psi_{ypm}(x, y), \\
q_\omega^{n-1} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} q_{\omega pm}^{n-1} \Psi_{zpm}(x, y), & g_\omega^{n-1} &= \sum_{p,m=0}^{\infty} g_{\omega pm}^{n-1} \Psi_{zpm}(x, y), \\
q &= \sum_{p,m=0}^{\infty} q_{pm} \Psi_{zpm}(x, y).
\end{aligned} \tag{8}$$

После подстановки перемещений (7), нагрузок и дополнительных усилий (8) в систему (5) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений для нахождения искомых амплитуд перемещений $U_{1xp}^n, U_{2xp}^n, W_{1p}^n, W_{2p}^n$:

$$\begin{aligned}
b_1 U_{1xpm}^n + b_2 U_{2xpm}^n + b_{11} U_{1ypm}^n + b_{12} U_{2ypm}^n + b_3 W_{1pm}^n + b_4 W_{2pm}^n &= p_{\omega pm}^{n-1}, \\
b_2 U_{1xpm}^n + b_3 U_{2xpm}^n + b_{12} U_{1ypm}^n + b_{13} U_{2ypm}^n + b_6 W_{1pm}^n + b_7 W_{2pm}^n &= s_{\omega pm}^{n-1}, \\
b_{11} U_{1xpm}^n + b_{12} U_{2xpm}^n + b_{14} U_{1ypm}^n + b_{15} U_{2ypm}^n + b_{16} W_{1pm}^n + b_{17} W_{2pm}^n &= h_{\omega pm}^{n-1}, \\
b_{12} U_{1xpm}^n + b_{13} U_{2xpm}^n + b_{15} U_{1ypm}^n + b_{18} U_{2ypm}^n + b_{19} W_{1pm}^n + b_{20} W_{2pm}^n &= r_{\omega pm}^{n-1},
\end{aligned}$$

$$b_3 U_{1xpm}^n + b_6 U_{2xpm}^n + b_{16} U_{1ypm}^n + b_{19} U_{2ypm}^n + b_8 W_{1pm}^n + b_9 W_{2pm}^n = q_{pm} + q_{\omega pm}^{n-1},$$

$$b_4 U_{1xpm}^n + b_7 U_{2xpm}^n + b_{17} U_{1ypm}^n + b_{20} U_{2ypm}^n + b_9 W_{1pm}^n + b_{10} W_{2pm}^n = g_{\omega pm}^{n-1}.$$

Коэффициенты b_i выражаются через величины a_i и зависят от параметров p и m .

Численный параметрический анализ. Численные расчеты проводились для пакета трехслойной пластины, состоящей из материалов Д16Т–фторопласт–Д16Т, с толщинами слоев $h_1 = 0,04$ м, $h_2 = 0,02$ м, $h_3 = 0,4$ м. Нагрузка равномерно распределена по всей поверхности пластины интенсивностью $q = -2$ МПа, размеры пластины $l_x = 1$ м, $l_y = 1$ м. Граничные условия – свободное опирание на жесткие неподвижные опоры. Воздействие нейтронного облучения моделировалось увеличением предела текучести первого слоя на 15 %, предела физической нелинейности заполнителя – на 10 %.

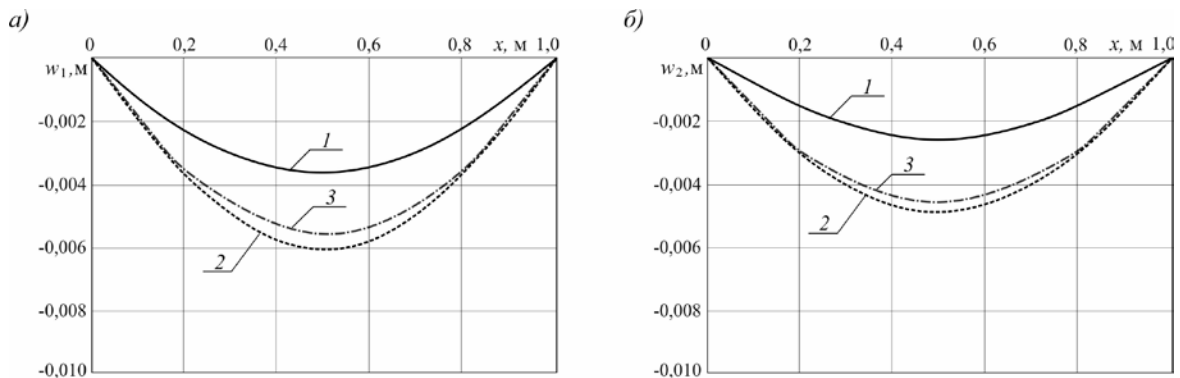


Рисунок 2 – Прогибы первого (а) и второго (б) несущих слоев упругопластической пластины: 1 – упругопластическая ($T = 343$ К), 2 – термоупругопластическая ($T = 343$ К), 3 – термоупругопластическая ($T = 343$ К) в нейтронном поле

Рассмотрим влияние температуры и нейтронного поля на прогибы несущих слоев, которые представлены на рисунке 2. Можно отметить, что температурное воздействие на пластину приводит к увеличению максимальных прогибов обоих несущих слоев. Это объясняется тепловым объемным деформированием, а также уменьшением модулей упругости материалов. Влияние нейтронного облучения на термоупругопластические прогибы незначительно. Прогибы уменьшаются на 7 % за счет ослабления пластических свойств материала и увеличения его жесткости.

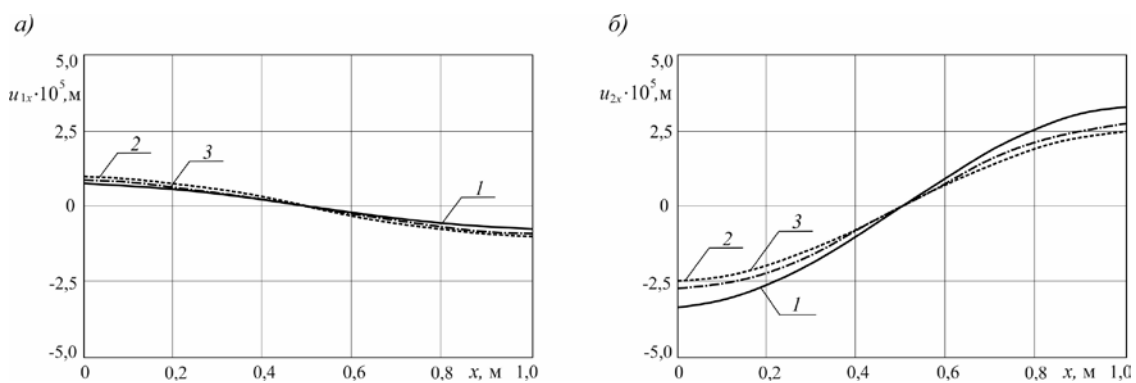


Рисунок 3 – Продольные перемещения первого (а) и второго (б) несущих слоев упругопластической пластины: 1 – упругопластическая ($T = 343$ К), 2 – термоупругопластическая ($T = 343$ К), 3 – термоупругопластическая ($T = 343$ К) в нейтронном поле

На рисунке 3 показаны продольные перемещения первого (а) и второго (б) несущих слоев. Нумерация кривых прежняя. Температурное воздействие увеличивает упругопластические перемещения во втором несущем слое на 25–35 %, а в первом несущем слое они практически не изменяются, что объясняется разницей в толщинах несущих слоев. Продольные перемещения при воздействии нейтронного облучения меняются незначительно в обоих несущих слоях.

Заключение. Полученное в работе решение можно использовать для исследования деформирования прямоугольной пластины со сжимаемым заполнителем в терморadiационном поле. Численное решение показало, что предварительное облучение незначительно сказывается на изгибе и продольных перемещениях в несущих слоях пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского Республиканского фонда фундаментальных исследований (проект №Т24РМ-004).

Литература

1. Старовойтов, Э. И. Трехслойные стержни в терморadiационных полях / Э. И. Старовойтов, М. А. Журавков, Д. В. Леоненко. – Минск : Беларуская навука, 2017. – 275 с.
2. Starovoitov, E. I. Deformation of a three-layer rod with a compressible core in a neutron flow / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // *International Applied Mechanics*. – 2020. – Vol. 56, № 1. – P. 81–91.
3. Vakhneev, S. Damping of circular composite viscoelastic plate vibration under neutron irradiation / S. Vakhneev, E. Starovoitov // *Journal of Applied Engineering Science*. – 2020. – Vol. 18, iss. 4. – P. 699–704.
4. Старовойтов, Э. И. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины в нейтронном потоке локальной нагрузкой / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. : Математика. Механика. Информатика*. – 2022. – Т. 22, № 3. – С. 360–375.
5. Плескачевский, Ю. М. Изгиб трехслойной круговой пластины кольцевой нагрузкой в нейтронном потоке / Ю. М. Плескачевский, Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // *Актуальные вопросы машиноведения*. – 2023. – Т. 12. – С. 47–51.
6. Старовойтов, Э. И. Изменение нейтронного потока при прохождении через трехслойную пластину / Э. И. Старовойтов // *Механика. Исследования и инновации*. – 2020. – № 13. – С. 141–146.
7. Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойной круговой цилиндрической оболочки в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Д. В. Тарлаковский // *Проблемы машиностроения и автоматизации*. – 2016. – № 1. – С. 91–97.
8. Старовойтов, Э. И. Термосиловое нагружение упругопластической трехслойной пластины / Э. И. Старовойтов, М. А. Журавков, А. В. Нестерович // *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. – 2023. – № 3. – С. 42–52.
9. Козел, А. Г. Термоупругопластический изгиб трехслойной круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // *Механика. Исследования и инновации*. – 2022. – № 15. – С. 100–108.
10. Зеленая, А. С. Напряженно-деформированное состояние термоупругой трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым заполнителем / А. С. Зеленая // *Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины*. – 2018. – № 6 (111). – С. 98–104.
11. Можаровский, В. В. Исследование особенностей распределения полей напряжений в многослойных покрытиях / В. В. Можаровский, Н. А. Марьяна // *Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины*. – 2013. – № 6 (81). – С. 34–43.
12. Bakulin, V. N. Parametric resonance of a three-layered cylindrical composite rib-stiffened shell / V. N. Bakulin, D. A. Voitsova, A. Ya. Nedbai // *Mechanics of Composite Materials*. – 2021. – Vol. 57, № 5. – P. 623–634.
13. Леоненко, Д. В. Колебания круговой трехслойной пластины под действием линейной во времени внешней нагрузки / Д. В. Леоненко, М. В. Маркова // *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. – 2023. – № 1. – С. 49–63.