

ИЗВЕСТИЯ

Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины

Естественные науки

№ 3 (96)

Гомельский государственный университет
имени Ф. Скорины

ИЗВЕСТИЯ

Журнал зарегистрирован в Министерстве информа-
ции Республики Беларусь
(свидетельство о регистрации
№ 1/87 от 18.11.2013 года)

Журнал включен ВАК Республики Беларусь
в перечень научных изданий Республики Беларусь,
в которых публикуются результаты
диссертационных исследований
(приказы № 207 от 13.12.2005, № 9 от 15.01.2010,
№ 57 от 16.05.2013)

Журнал включен в библиографические базы данных
ВИНИТИ и Научную электронную библиотеку
eLIBRARY.RU

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор А.В. РОГАЧЕВ, д-р хим. наук,
профессор, член-корр. НАН Беларуси
Зам. главн. редактора О.М. ДЕМИДЕНКО,
д-р тех. наук, профессор
Зам. главн. редактора М.В. СЕЛЬКИН,
д-р физ.-мат. наук, профессор

Члены редакционной коллегии:

Г.Г. Гончаренко, д-р биол. наук, проф.,
чл.-корр. НАН Беларуси
Ф.В. Кадол, д-р пед. наук, проф.
В.Н. Калмыков, д-р филос. наук, проф.
В.И. Коваль, д-р филол. наук, проф.
Г.Г. Лазько, д-р ист. наук, проф.
И.В. Семченко, д-р физ.-мат. наук, проф.
В.С. Смородин, д-р тех. наук, проф.
Б.В. Сорвиров, д-р экон. наук, проф.
В.М. Хомич, д-р юрид. наук, проф.
О.Г. Шляхтова, ответственный секретарь

Члены редакционной коллегии по естественным наукам:

В.Ф. Багинский, д-р биол. наук, проф., член-корр.
НАН Беларуси
А. Баллистер-Болинше (Испания), д-р, проф. математики
Ван Сяо Фэн (Китай), д-р тех. наук, проф.
Го Вэньбинь (Китай), д-р физ.-мат. наук, проф.
В.В. Кириченко (Украина), д-р физ.-мат. наук, проф.
В.П. Кудин, д-р тех. наук, проф.
А.А. Махнев (Россия), д-р физ.-мат. наук, проф.,
член-корр. РАН
В.В. Можаровский, д-р тех. наук, проф.
А.Н. Сердюков, д-р физ.-мат. наук, проф., член-
корр. НАН Беларуси
А.Н. Скиба, д-р физ.-мат. наук, проф.
Шэн Рикун (Китай), д-р тех. наук, проф.
Р. Эстебан Ромеро (Испания), д-р, проф. математики

АДРЕС РЕДАКЦИИ:
246019, Беларусь, Гомель, ул. Советская, 104,
Телефоны: +375 (232) 60-73-82
E-mail: vesti@gsu.by
Интернет-адрес: <http://vesti.gsu.by>

Francisk Scorina Gomel State University

PROCEEDINGS

The Journal is registered in the Ministry of Information of
Republic of Belarus
(registration certificate
number 1/87 dated 18.11.2013)

The Journal is included in the Republic of Belarus
Higher Attestation Commission list of scientific publica-
tions of the Republic of Belarus, which publish the main
results for the degree of Doctor (Candidate) of Sciences
(order number 207 dated 13.12.2005, number 9 dated
15.01.2010, number 57 dated 16.05.2013)

The Journal is included in bibliographic databases of the
All-Russia Institute of Scientific and
Technical Information (VINITI), Scientific electronic
library eLIBRARY.RU

EDITORIAL BOARD

Editor-in-chief A.V. Rogachev, Sc. D. Professor, Cor-
responding Member NASB
Deputy editor-in-chief O.M. DEMIDENKO,
Sc. D., Professor
Deputy editor-in-chief M.V. SELKIN,
Sc. D., Professor

Members of editorial board:

G.G. Goncharenko, Sc. D., Professor, Corresponding
Member NASB
F. V. Kadol, Sc. D., Professor
V.N. Kalmykov, Sc. D., Professor
V.I. Koval, Sc. D., Professor
G.G. Lazko, Sc. D., Professor
I.V. Semchenko, Sc. D., Professor
V.S. Smorodin, Sc. D., Professor
B.V. Sorvirov, Sc. D., Professor
V.M. Homich, Sc. D., Professor
O.G. Shlyahotova, executive secretary

Members of editorial board for the natural sciences

V.F. Baginsky, Sc. D., Professor, Corresponding
Member NASB
A. Ballister-Bolinshes (Spain), Sc. D., Professor
Van Siao Fen (China), Sc. D., Professor
Go Wenbin (China), Sc. D., Professor
V.V. Kirichenko (Ukraine), Sc. D., Professor
V.P. Kudin, Sc. D., Professor
A.A. Makhnev (Russia), Sc. D., Professor, Correspond-
ing Member RAS
V.V. Mozharovsky, Sc. D., Professor
A.N. Serdukov, Sc. D., Professor, Corresponding
Member NASB
A.N. Skiba, Sc. D., Professor
Shen Riku (China), Sc. D., Professor
R. Esteban Romero (Spain), Sc. D., Professor

EDITORIAL OFFICE ADDRESS:
246019, Belarus, Gomel, Sovetskaya Str., 104,
Tel: +375 (232) 60-73-82
E-mail: vesti@gsu.by
Site: <http://vesti.gsu.by>

ИЗВЕСТИЯ

Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины

НАУЧНЫЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с 1999 г.
Выходит 6 раз в год

• 2016, № 3 (96) •

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ:

БИОЛОГИЯ • ТЕХНИКА (ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ;
РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ; ЭЛЕКТРОНИКА) • МАТЕМАТИКА • ФИЗИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Биология

Аверин В.С., Ноздрев Д.А. Прогноз коэффициента перехода ^{137}Cs в звене почва-молоко и дозы внутреннего облучения населения, формируемой за счет потребления молока, производимого на различных типах почв в отдаленный период после катастрофы на Чернобыльской АЭС.....	5
Апикова А.Е. Определение временной задержки полезной составляющей акустического сигнала в дыхательном паттерне	9
Багинский В.Ф., Лапицкая О.В. Ведение хозяйства в сосновых лесах Белорусского Полесья.....	16
Гончаренко Г.Г., Зятьков С.А. Микросателлитные ДНК-маркеры в генетической дактилоскопии особей <i>Felis catus</i> и родственных видов семейства Кошачьи.....	21
Калиниченко С.А. Аспекты поступления ^{137}Cs и ^{90}Sr в доминирующие виды высших водных растений водоемов различного типа зоны отчуждения ЧАЭС.....	26
Клепец Е.В. Структурный анализ флоры водных объектов г. Полтавы.....	33
Мялик А.Н. Экологический анализ аборигенной фракции флоры Припятского Полесья..	40
Одукалец И.А., Мусиенко Н.Н., Кучинская А.П. Влияние густоты насаждений на жизненное состояние лесных культур рода <i>Pinus L.</i> Национального природного парка «Подольские Толтры».....	47
Саварин А.А., Китиль Д.А. О перспективе исследования погадок сов на территории Белорусского Полесья.....	51
Свириденко В.Г., Пырх О.В. Содержание тяжелых металлов и органических компонентов в поверхностных водах рек Гомельской области.....	55
Соколов А.С. Антропогенная трансформация ландшафтов Витебской области и особенности их охраны в системе особо охраняемых территорий.....	60
Тюлькова Е.Г. Зольность и морфометрические параметры листьев древесных растений как индикаторы загрязнения окружающей среды (на примере г. Гомеля).....	64
Хаданович А.В. Параметры специфической сорбции двухвалентных металлов дерново-подзолистой почвы.....	70

ИНФОРМАТИКА	
Осипенко Н.Б., Осипенко А.Н. <i>Автоматизация оценки риска смертности человека с использованием дискриминантного анализа</i>	75
Сморозин В.С., Клименко А.В. <i>Проектное моделирование структуры управляющей системы технологическим циклом производства</i>	80
Сморозин В.С., Сукач Е.И., Карасёв В.В., Карасёва Е.И., Гетиков Д.В. <i>Об интервальной оценке вероятностных характеристик потоковых систем большой размерности</i> ...	86
МАТЕМАТИКА	
Быховцев В.Е., Бондарева Ю.Д. <i>Математическое и компьютерное моделирование осадки РИТ-сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании</i>	92
Гальмак А.М., Селькин М.В. <i>О полунормализаторах полиадических подгрупп в полиадических группах</i>	96
Кирилюк Д.И. <i>Центроиды многоугольников и самосовмещение элементов n-арных групп</i> ...	102
Кулаженко Ю.И. <i>О некоторых приложениях полиадических операций в аффинной геометрии</i>	108
Пилипчук Л.А. <i>Методы построения оптимальных параметров целевой функции в неоднородных сетевых задачах линейной оптимизации с неточными данными</i>	113
РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ	
Янушкевич В.Ф., Кременя К.И., Заяц Е.Ю. <i>Применение частотно-модулированных сигналов для георазведки углеводородных залежей</i>	118
ФИЗИКА	
Хомченко А.В., Примак И.У., Василенко А.Н. <i>Измерение распределения разности фаз при линейном двулучепреломлении в твердых телах с внутренними напряжениями</i>	124
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ	
Тютянов В.Н., Тихоненко Т.В., Бычков П.В. <i>Факторизации конечных групп \mathbb{F}-субнормальными подгруппами с заданными вложениями</i>	131

PROCEEDINGS

of Francisk Scorina Gomel State University

SCIENTIFIC, PRODUCTION AND PRACTICAL JOURNAL

There are 6 times a year
Published since 1999

• 2016, № 3 (96) •

NATURAL SCIENCES:

BIOLOGY•TECHNIQUE (INFORMATION TECHNOLOGY;
RADIO ENGINEERING AND COMMUNICATIONS; ELECTRONICS)

• MATHEMATICS • PHYSICS

CONTENTS

BIOLOGY

V.S. Averin, D.A. Nozdrev. Forecast of ^{137}Cs transfer factor from soil into milk and internal exposure doses of the population, formed due to the consumption of milk produced on different soil types in the remote period after the Chernobyl disaster	5
A.E. Apikova. Defining the temporal delay of the useful component of the acoustic signal in the breathing pattern	9
V.F. Baginsky, O.V. Lapitskaya. Management activities in the pine forests of the Belarusian Polesie	16
G.G. Goncharenko, S.A. Zyatkov. Microsatellite DNA markers in genetic fingerprinting of individuals <i>Felis catus</i> and related species of the cat family.....	21
S.A. Kalinichenko. Aspects of receipt ^{137}Cs and ^{90}Sr in predominant species of the highest aquatic vegetation in various types of water bodies of Chernobyl NPP exclusion zone.....	26
Ye.V. Klepets. The structural analysis of the flora of water bodies of Poltava city.....	33
A.N. Myalik. Environmental analysis of native flora fraction of the Pripyat Polesie	40
I.A. Odukalets, N.N. Musienko, A.P. Kuchinskaya. Effect of planting density on the living condition of forest plantations kind of <i>Pinus L.</i> of the National Natural Park «Podilsky Tovtry» ..	47
A.A. Savarin, D.A. Kitel. On prospects of the study of the pellets of the long-eared owl inhabiting the Belarusian Polesye territory	51
V.G. Sviridenko, O.V. Pyrh. The content of heavy metals and inorganic components in the surface waters of the Gomel region of rivers.....	55
A.S. Sokolov. Anthropogenic transformation of the landscapes of the Vitebsk region and the features for their protection in the system of protected areas	60
E.G. Tyulkova. Ash content and morphometric parameters of leaves of woody plants as the pollution indicators of the environment (on the example of the city of Gomel).....	64
A.V. Hadanovich. Parameters of specific adsorption of divalent metal turf-podzolic soil.....	70

INFORMATION TECHNOLOGY

N.B. Osipenko, A.N. Osipenko. Automation of risk assessment of human mortality using discriminant analysis	75
V.S. Smorodin, A.V. Klimenko. Project modeling of the structure of the control system of technological production cycle	80

V.S. Smorodin, E.I. Sukach, V.V. Karasev, E.I. Karaseva, D.V. Getikov. <i>On the interval estimation of probability characteristics of flow systems of large dimension</i>	86
--	----

MATHEMATICS

V.E. Bykhovtsev, Y.D. Bondareva. <i>Mathematical and computer modeling of RIT-piles settling in nonlinear deformable subgrade</i>	92
A.M. Galmak, M.V. Sel'kin. <i>On seminormalizers of polyadic subgroups of polyadic groups</i> .	96
D.I. Kirilyuk. <i>Centroids of polygons and self-returning of the elements of n-ary groups</i>	102
Y.I. Kulazhenko. <i>Some applications of polyadic operations in affine geometry</i>	108
L.A. Pilipchuk. <i>Methods of construction of the optimal parameters of the objective function in heterogeneous network linear optimization problems with inaccurate data</i>	113

TECHNOLOGY AND COMMUNICATION

V.F. Yanushkevich, K.I. Kremenia, E.Yu. Zayats. <i>The use of frequency-modulated signals for geological exploration of hydrocarbonic deposits</i>	118
--	-----

PHYSICS

A.V. Khomchenko, I.U. Primak, A.N. Vasilenko. <i>Measurements of the phase difference distribution of the linear birefringence in solids with internal stresses</i>	124
---	-----

ABSTRACTS

V.N. Tyutyaynov, T.V. Tikhonenko, P.V. Bychkov. <i>Factorizations of finite groups with \mathbb{P}-subnormal subgroups and given embeddings</i>	131
--	-----

БИОЛОГИЯ

УДК 574:539.104

Прогноз коэффициента перехода ^{137}Cs в звене почва-молоко и дозы внутреннего облучения населения, формируемой за счет потребления молока, производимого на различных типах почв в отдаленный период после катастрофы на Чернобыльской АЭС

В.С. АВЕРИН, Д.А. НОЗДРЕВ

Представлены результаты теоретических расчетов на основании данных радиационного мониторинга. В качестве объекта исследования рассматривались различные типы почв, на которых происходил выпас коров. Рассчитывались коэффициенты перехода ^{137}Cs из почвы в молоко.

Ключевые слова: Коэффициент перехода, дозы внутреннего облучения.

The results of theoretical calculations based on radiation monitoring data are presented. As the object of study various types of soil, which occurred grazing cows are considered. The coefficient of ^{137}Cs transfer from soil to milk is calculated.

Keywords: transfer factor, internal exposure doses.

Введение. В первые годы после катастрофы до 80 % дозы внутреннего облучения сельского населения, проживавшего на территории радиоактивного загрязнения, формировалась за счет потребления загрязненного ^{137}Cs молока. В Беларуси радиоактивному загрязнению была подвержена значительная часть территории страны площадью 4,8 млн. га (23 % общей площади страны). Одной из главных задач в постчернобыльский период была разработка контрмер на кормовых угодьях, где достигался наибольший эффект уменьшения загрязнения продукции растениеводства, а данная отрасль сельскохозяйственного производства является определяющим звеном в загрязнении молока и мяса и, как следствие, снижение поступления радионуклидов в организм человека.

Основная часть. Миграция радионуклидов в почве происходит, благодаря совокупности разных процессов, которые приводят к перераспределению нуклидов в глубь почвенного покрова. Основными «движущими силами», миграции радионуклидов в почве являются: конвективный перенос (фильтрация атмосферных осадков вглубь почвы, капиллярный поток влаги к поверхности почвы, который вызван испарениями, теплоперенос влаги под действием градиента температуры), диффузия свободных ионов (миграция свободных ионов радионуклида, содержащихся в почвенном растворе) и сорбция ионов (по ионообменному механизму), перенос радионуклидов корневыми системами растений и хозяйственная деятельность человека [1]–[3].

Миграция (поступление) радионуклидов из почвы в растения зависит от комплекса факторов. Основными факторами, определяющими уровни накопления радионуклидов в растениях, является: физико-химические формы радионуклидов, агрохимические свойства почв, биологические особенности растений, агротехника выращивания культур [4].

Для определения поступления радионуклидов из почвы в растения используют следующие показатели: коэффициент биологического поглощения и коэффициент перехода или коэффициент пропорциональности. Данные показатели используются в радиоэкологии – с помощью их сравнивают и характеризуют уровни накопления радионуклидов для разных видов растений, животных и т. д. [5].

Материалы и методы. На основе сформированной базы данных об уровнях загрязнения ^{137}Cs молока частного сектора, а также данных Республиканского центра по гидрометеорологии и радиационному контролю об уровнях загрязнения радионуклидами населенных пунктов, были высчитаны коэффициенты перехода согласно формуле:

$$КП = \frac{A_m}{A_s}$$

где A_m – активность радионуклидов в молоке (Бк/л), A_s – плотность радиоактивного загрязнения (Бк/м²).

Коэффициент перехода – это эмпирический параметр, устанавливающий соотношение концентраций радионуклида на двух трофических уровнях, например, в мясе или молоке и в почве пастбищ или лугов.

Доза внутреннего облучения, получаемого при употреблении молока, рассчитывалась по формуле: $D = A_m \times DF_{\text{Cs}^{137}} \times H_m$, где D – внутренняя доза облучения, A_m – активность радионуклидов в молоке (Бк/л), $DF_{\text{Cs}^{137}}$ – дозовый коэффициент при поступлении цезия-137, H_m – годовое потребление молока.

Полученные данные были статистически обработаны, с целью определения достоверности полученных данных.

Результаты исследования и их обсуждение.

Коэффициенты перехода ^{137}Cs из почвы в молоко были рассчитаны с 1995 по 2005 г., и на основе полученных данных составлен прогноз на 2020 г.

На период с 1995 г. по 2005 г. коэффициенты перехода ^{137}Cs из почвы в молоко достоверно различалась между всеми типами почв. По прогнозам на 2020 г. коэффициенты перехода ^{137}Cs из почвы в молоко, которое производилось в населенных пунктах, расположенных на территории с минеральными и торфяно-болотными типами почв, практически совпадают. Достоверные различия имеется для коэффициента перехода ^{137}Cs из почвы в молоко, которое было произведено на территории, расположенной недалеко от лесных массивов (рисунок 1).

Таким образом, по состоянию на 2020 г. критическими с позиции уровня загрязнения получаемого на них молока будут почвы, расположенные вблизи лесных массивов.

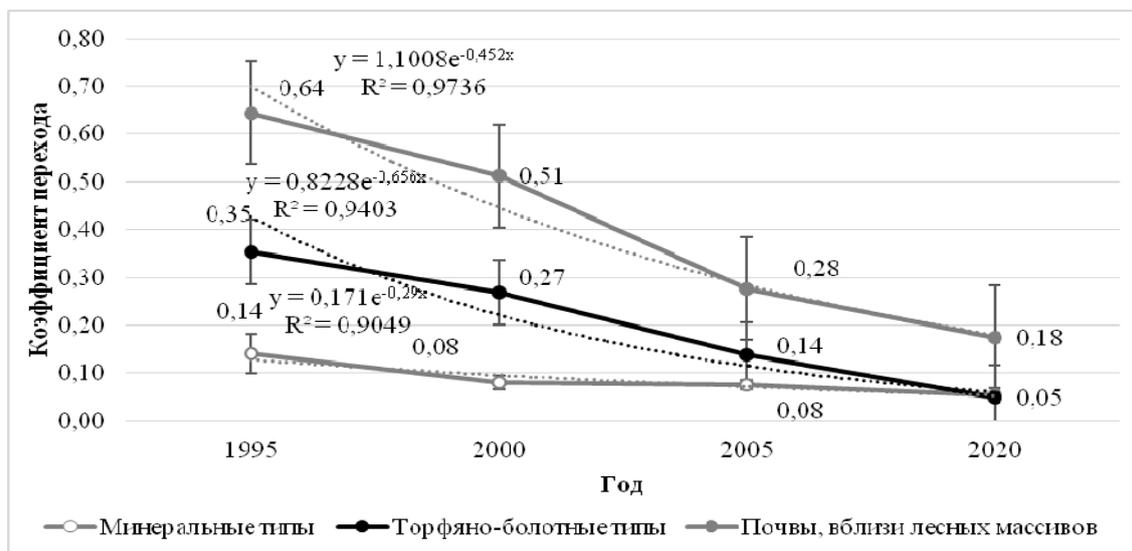


Рисунок 1 – Коэффициенты перехода ^{137}Cs из почвы в молоко на различных типах почв

Эмпирический критерий Фишера равен 9,36, что больше критического, который равен 1,13 при уровне значимости меньше 0,05. Этот факт свидетельствует о достоверном различии средних.

На основе полученных данных по прогнозу на 2020 г. коэффициентов перехода ^{137}Cs из почвы в молоко и плотности загрязнения ^{137}Cs была рассчитана прогнозная удельная активность молока, произведенного на территории с различными типами почв на 2020 г.

На период с 1995 г. по 2005 г. удельная активность молока достоверно различалась между всеми типами почв. В то же время, прогнозные значения на 2020 г. удельной активности молока по ^{137}Cs , произведенного в населенных пунктах, расположенных на территории с минеральными и торфяно-болотными типами почв, практически одинаковы, но имеются достоверные различия удельной активностью молока, произведенного на территории, расположенной недалеко от лесных массивов (рисунок 2).

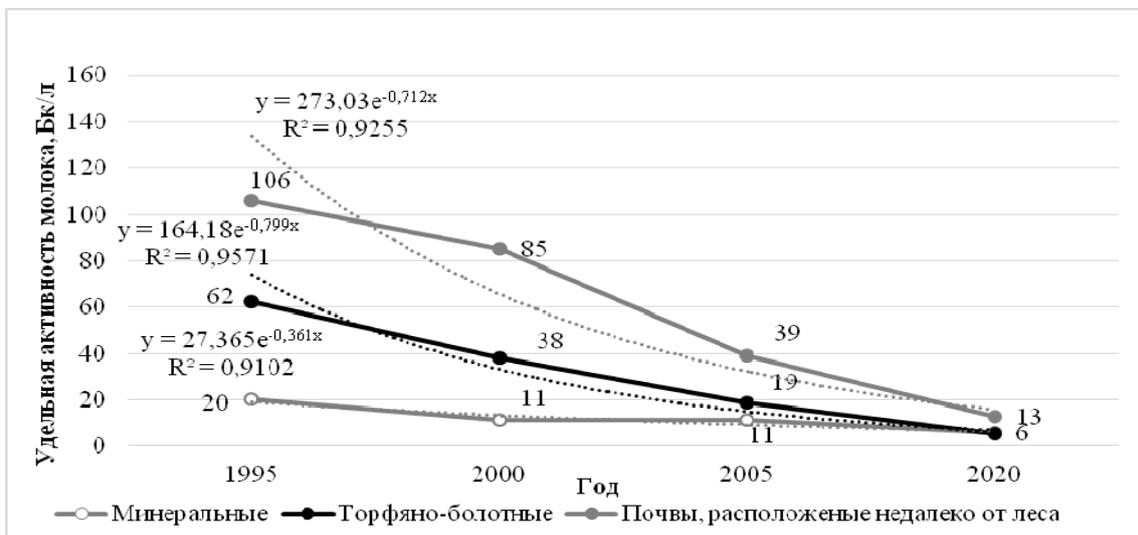


Рисунок 2 – Удельная активность молока, произведенного на различных типах почв

К 2020 г. акценты критичности почв будут смещаться от торфяно-болотных почв к почвам, расположенным вблизи леса. Эмпирический критерий Фишера равен 4,71, что больше критического, который равен 1,13 при уровне значимости меньше 0,05.

На основании данных по удельной активности молока была рассчитана среднегодовая доза внутреннего облучения, получаемая при употреблении молока, динамика на период с 1995 и по 2020 гг.

В период с 1995 г. по 2005 г. получаемая внутренняя доза при употреблении молока по группам достоверно различалась между всеми типами почв (рисунок 3).

Прогнозная оценка дозы внутреннего облучения за счет молока, которое будет производиться в населенных пунктах, расположенных на территории с минеральными и торфяно-болотными типами почв в 2020 г., свидетельствует о недостоверном различии средних (рисунок 3).

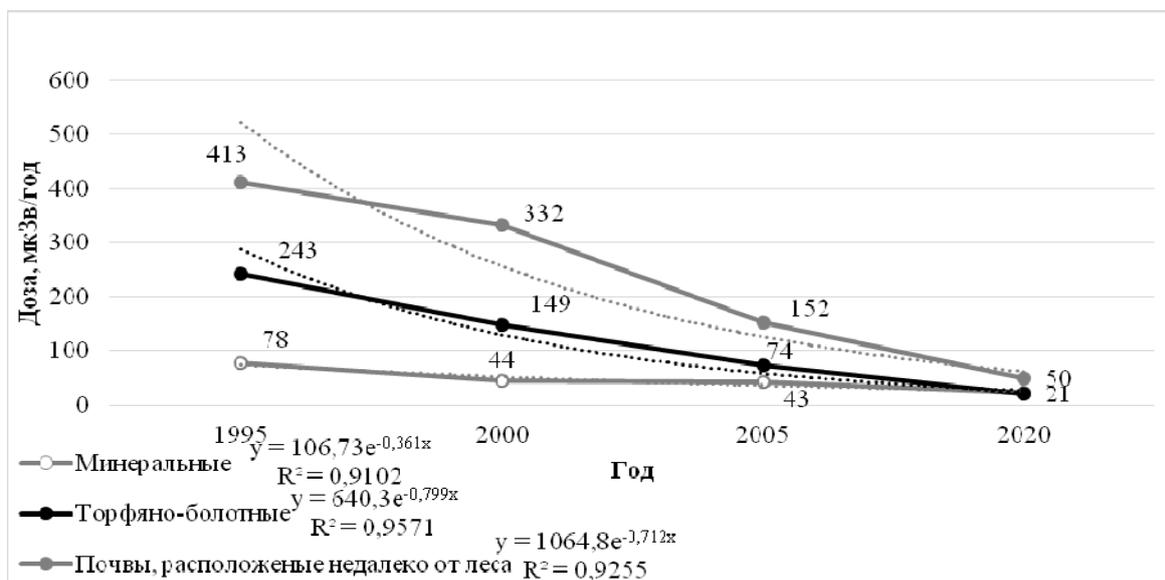


Рисунок 3 – Получаемая внутренняя доза облучения на различных типах почв

Однако наблюдается достоверное различие между величиной дозы при употреблении молока, которое было произведено на территории с минеральными и торфяно-болотными типами почв и молоком, произведенным на территории, расположенной недалеко от лесных массивов. Эмпирический критерий Фишера равен 4,71, что больше критического, который равен 1,13 при уровне значимости меньше 0,05.

Учитывая то, что предельно допустимая получаемая доза для населения составляет 1 мЗв/год а максимальная получаемая внутренняя доза от употребления молока приблизительно равна 50 мкЗв/год, то молоко по прогнозам на 2020 г. не будет являться основным дообразующим продуктом, в отличие от состояния на 1995 г. [6].

Заключение. Полученные данные позволяют сделать вывод о том, что, благодаря естественным процессам (радиоактивный распад) и вводимым защитным мероприятиям, наблюдается снижение коэффициентов перехода и удельной активности молока, а помимо этого – еще и снижение внутренней дозы облучения получаемой при употреблении молока. При этом стоит обратить внимание на то, что в диапазоне 1995 по 2005 гг. в зависимости от типа почвы все анализируемые параметры, коэффициент перехода, удельная активность, среднегодовая получаемая внутренняя доза облучения значительно различались. Иная ситуация прогнозируется в 2020 г., когда достоверной разницы между коэффициентами перехода удельной активностью молока и среднегодовой получаемой внутренней дозой на минеральных и торфяно-болотных типах почв наблюдаться не будет.

Однако стоит обратить внимание на то, что анализируемые параметры (коэффициент перехода, удельная активность, среднегодовая получаемая внутренняя доза) на почвах, расположенных недалеко от леса будут достоверно отличаться от анализируемых параметров на минеральных и торфяно-болотных типах почв. Различие этих параметров на данных территориях можно изменить при организации защитных мероприятий по снижению перехода ^{137}Cs из почвы в молоко, что в конечном итоге будет способствовать и снижению дозы облучения, формируемой за счет употребления молока.

Литература

1. Правила ведения агропромышленного производства в условиях радиоактивного загрязнения земель Республики Беларусь на 2002–2005 гг. / Министерство сельского хозяйства и продовольствия Республики Беларусь. – Мн., 2002. – 74 с.
2. Радиоактивное загрязнение растительности Беларуси (в связи с аварией на Чернобыльской АЭС) / Под общей ред. В.И. Парфенова, Б.И. Якушева. – Мн. : Навука і тэхніка, 1995. – 582 с.
3. Лурье, А.А. Сельскохозяйственная радиология и радиэкология / А.А. Лурье. – М. : ФГОУ ВПО РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева, 2007. – 227 с.
4. Моисеев, А.А. Цезий-137 в биосфере / А.А. Моисеев. – М. : Атомиздат, 1975. – 182 с.
5. Рекомендации по определению требуемого водного режима для минимизации накопления радионуклидов многолетними травами: Утв. Комчэрнобыль / Брестский филиал РНИУП «Институт радиологии»; Под ред. А.С. Судаса. – Пинск, 2004. – 32 с.
6. Санитарные нормы и правила «Требования к радиационной безопасности» [Электронный ресурс] / Государственное научное учреждение «Объединенный Институт Энергетических и Ядерных исследований – Сосны». – 2015. – Режим доступа : <http://sosny.bas-net.by>. – Дата доступа : 22.12.2015.

УДК: 616.24-073.96
534.222.1

Определение временной задержки полезной составляющей акустического сигнала в дыхательном паттерне

А.Е. АПИКОВА

Приведены результаты практического применения способа диагностики пневмоний при помощи пассивной эхолокации. Метод диагностики представляет собой регистрацию акустических феноменов, возникающих в лёгких при воспалительных процессах, сравнительный анализ с базой данных и определение местоположения источника. Диагностика осуществляется при помощи специального оборудования и программного обеспечения. Для прослушивания лёгких использовалась система из четырёх датчиков, расположенных на аускультативных точках и привязанных к системе координат. Исходя из привязки к системе координат датчиков, рассчитываются координаты источника акустических феноменов в легких пациента.

Ключевые слова: пассивная эхолокация, бронхофонография, пневмония, аускультация

The results of the practical method of diagnosis of pneumonia using the passive echolocation are given. This method of diagnosis represents the registration of acoustic phenomena of inflammatory processes in the lungs and locating of the focus. Diagnostics is carried out by using the special equipment and software. The system of four sensors with the location on auscultation points and tied to a coordinate system is used to listen to the lungs. On the basis of binding to the system of coordinates of sensors, the coordinates of the source of acoustic phenomena in the patient's lungs are calculated.

Keywords: passive echolocation, bronchophonography, pneumonia, auscultation.

Введение. Заболевания органов дыхания у новорожденных являются актуальной проблемой в медицине. Это обусловлено значительной их распространённостью и высокой летальностью. Среди всех заболеваний органов дыхания, наиболее тяжёлой по течению, развитию осложнений и возможными неблагоприятными прогнозами является пневмония [1]. Отличить пневмонию от других респираторных заболеваний является одной из главных задач врача пульмонолога при диагностическом обследовании пациента.

Для пневмонии характерно укорочение перкуторного звука, но оно встречается приблизительно в половине случаев этого заболевания. Поэтому отсутствие данного звука не может исключать пневмонию. Подобная ситуация наблюдается и с локализованными над местом поражения мелкопузырчатыми или крепитирующими хрипами и ослабленным бронхиальным дыханием. Наличие данных шумов позволяет говорить об имеющей место пневмонии, но их отсутствие не исключает последней [2].

Наиболее информативным методом обследования для постановки диагноза пневмония является рентгенография. Она позволяет выявить в лёгких инфильтративные и интерстициальные воспалительные изменения. Ввиду того, что наличие в лёгких инфильтрата приводит к возникновению специфических акустических феноменов при дыхании, то аускультация является дополнительным методом диагностики.

Но, следует отметить, что рентгенография не относится к полностью безопасным методам диагностики, т. к. в её основе лежит использование рентгеновского излучения. Для растущего организма данное излучение может нанести более существенный вред, чем для взрослого сформировавшегося индивида.

Аускультация является наиболее безопасным, быстрым и удобным способом диагностики. В процессе аускультации пациента врач пульмонолог старается определить местоположение источника патологических шумов и по характеру звука идентифицировать вид патологии. Зачастую от характера аускультативных шумов (крепитация, сухие или влажные хрипы, шум трения плевры) зависит клинический диагноз [3].

В некоторых случаях могут возникать аускультативные феномены, которые трудно идентифицировать, и врач сомневается, к какой патологии их можно отнести. Кроме этого, процесс аускультации для детей младшего возраста и новорожденных представляет некото-

рые трудности и ограничения: маленький ребёнок зачастую плачет в процессе обследования, не может выполнять команды врача о контролируемом дыхании. В раннем возрасте не применяют такие объективные методы исследования, как спирометрия и пикфлоуметрия, по вышеуказанным причинам [4].

Анализ литературных данных и постановка проблемы. На данный момент в аускультации самым информативным и точным методом диагностики пневмонии является бронхофонография. Бронхофонография – исследование, основанное на объективном компьютерном анализе различных характеристик дыхательных шумов. Этот метод используют для обследования всех возрастных категорий пациентов на предмет бронхолёгочных заболеваний. В нём, визуализация нарушений дыхательного паттерна, базируется на исследовании частотно-амплитудных характеристик дыхательных шумов.

Для реализации метода создан компьютерный акустический диагностический комплекс (КАДК) «Паттерн – 01» с программным обеспечением PatternMAK [5].

Принцип метода состоит в регистрации дыхательных шумов при помощи акустических приёмников с высокой чувствительностью и широким спектром частот, включая те, которые не слышны при обычной аускультации при помощи стетоскопа. Метод позволяет фиксировать временную диаграмму, пропорциональную шумам, которые вызваны воспалительными процессами и возникают при дыхании.

Недостатками метода и его реализации является то, что диагностике подлежит только вид бронхолёгочной патологии по характеру шума. Выявить, в какой именно части дыхательной системы находится патология, невозможно. Также не представляется возможным определить глубину залегания источника шума в лёгочных тканях. Такая особенность комплекса «Паттерн – 01» обусловлена конструкцией датчиков. В данном комплексе используется акустический датчик, помещённый в специальную трубку с загубником. Для записи дыхательного паттерна пациент должен поместить трубку с датчиком в ротовое отверстие и совершить несколько целенаправленных сосредоточенных выдохов. Для обследования новорожденных и маленьких детей используется специальная маска, надеваемая на внешние дыхательные органы. Подобная маска может причинять неудобства ребёнку и вызывать протесты с его стороны в виде плача.

Сделав вывод из всего вышесказанного, в процессе получения и обработки акустических феноменов дыхания можно обнаружить следующие проблемы:

- трудности в использовании представленного метода для обследования новорожденных и детей младшего возраста;
- полученные результаты не дают возможность определить глубину залегания воспалительного процесса.

Цель и задачи исследования Предварительные исследования, проведенные на специально разработанном оборудовании, показали, что пассивная эхолокация совместно с методикой определения координат источника акустических феноменов в лёгких пациента позволяет визуализировать полученные данные и определять глубину залегания воспалительного процесса. Это обусловлено тем, что система диагностики производит вычисления координат источника шума относительно координат датчиков [6].

Для корректной работы системы необходимо знать время прихода полезной составляющей акустического шума к каждому датчику. Чтобы решить указанную проблему, необходимо провести сравнительный анализ сигналов.

Материалы и методы Исследование проводилось на записях акустических сигналов, полученных при помощи прибора для диагностики пневмоний [7]. Данные акустические сигналы содержат в себе шумы, производимые при дыхании пациентов с пневмонией. Для сравнительного анализа также использовались записи акустических сигналов дыхательного паттерна здоровых людей.

В данном случае для приведения примера работы системы была использована матрица, состоящая только из четырёх датчиков, которые располагались в одной плоскости на грудной клетке пациентов (рисунок 1).

Экспериментальное оборудование, кроме акустических датчиков, включало в себя усилитель биопотенциалов, набор акустических фильтров.

Запись аудиофайлов производилась в формате mp3 при помощи программного обеспечения Audacity.

На рисунке 1: 1 – декартова система координат, 2 – цилиндрическая система координат, 3 – отдельный акустический датчик матрицы, 4 (К) – источник акустического шума, 5 – воспалительный процесс, 6 – распространение акустических волн из воспалительного процесса в теле пациента по направлению к датчикам, 7 – исследуемый объект (пациент), R – радиус цилиндрической системы координат с центром в точке O, K' – проекция на плоскость XY, ϕ – угол между осью X и отрезком OK' .

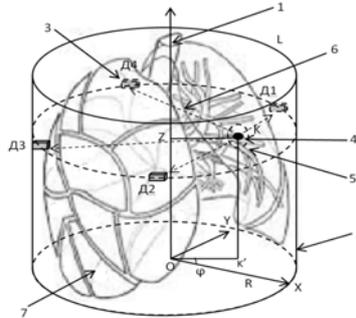


Рисунок 1 – Система датчиков и объект (легкие) исследования в системе координат

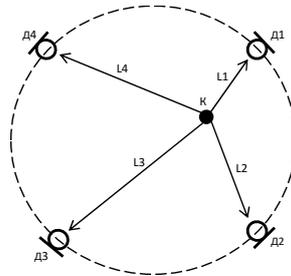


Рисунок 2 – Размещение акустических датчиков вокруг источника шума

На рисунке 2 представлена условная схема положения датчиков вокруг источника акустического сигнала. Где Д1, Д2, Д3 и Д4 – датчики; L1, L2, L3 и L4 – расстояния от источника К акустического шума до соответствующих датчиков, К – источник акустических шумов в исследуемом объекте. Соответственно номеру на каждый датчик приходит сигнал s_1 , s_2 , s_3 и s_4 . Представим датчик Д1 источником опорного сигнала s_1 . К остальным датчикам будет приходить тот же сигнал, что и к Д1, но со смещением вправо по оси времени.

Методика получения результатов. Для примера расчета координат рассмотрим систему из четырех датчиков, расположенных вокруг источника шума (рисунок 1). Один из датчиков, ближайший к источнику, определим как опорный, т. е. источник эталонного сигнала. На рисунке 2 представлена условная схема положения датчиков вокруг источника акустического сигнала. Где Д1, Д2, Д3 и Д4 – датчики; L1, L2, L3 и L4 – расстояния от источника К акустического шума до соответствующих датчиков, К – источник акустических шумов в исследуемом объекте. Соответственно номеру на каждый датчик приходит сигнал s_1 , s_2 , s_3 и s_4 .

Представим датчик Д1 источником опорного сигнала $s_1(t)$. К остальным датчикам будет приходить тот же сигнал, что и к Д1, но со смещением вправо относительно оси времени, что эквивалентно выражению $s(t + \tau)$, где s – сигнал, t – время прихода к Д1 полезной составляющей сигнала, τ – временной сдвиг сигнала относительно Д1. При этом эквивалентной и альтернативной процедурой является смещение сигнала влево по оси времени относительно опорного сигнала, что эквивалентно выражению $s(t - \tau)$.

Основной задачей является определение временного сдвига каждого сигнала относительно опорного.

Для решения поставленной задачи сначала определим сдвиг фаз θ . Получаемые с датчиков сигналы, относительно эталона, будут меняться от точки к точке похожим образом с

некоторым сдвигом по оси времени. Меру взаимной корреляции эталона с каждым сигналом матрицы датчиков можно вычислить таким образом:

$$B_s(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s(t-\tau)s(t) dt . \quad (1)$$

Уравнение (1) представляет собой автокорреляционную функцию (АКФ) периодического сигнала $s(t)$, где T – период, s – сигнал, t – время каждой точки выборки, τ – время задержки каждой точки выборки.

Представим формулу (1) в таком виде:

$$B_s(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s(t-\theta)s(t-\varphi) dt . \quad (2)$$

Из этого следует, что предел функции равен $s(\theta-\tau)$. Так как АКФ имеет максимальное значение при нулевом сдвиге, то функция $B_s(\tau)$ достигает максимума при $\theta = \tau$. Таким образом, сдвиг равен тому значению аргумента, при котором АКФ достигает максимального значения.

От АКФ целесообразно перейти к Фурье-образам виду слабого убывания функции:

$$S_{12}(\nu) = \alpha S_1(\nu) e^{-2\pi i \nu \theta} . \quad (3)$$

Так как сигналы являются вещественными, то есть физическими сигналами с датчиков, то $S_{12}(\nu)$ – вещественная четная функция. Следовательно, фазовый сдвиг функции $S_2(\tau)$ определится только множителем $e^{-2\pi i \nu \theta}$. Из этого следует, что сдвиг фаз будет иметь вид:

$$\theta = \frac{1}{2\pi\nu} \varphi(\nu) . \quad (4)$$

Соответственно, временной сдвиг $\tau = \theta$.

Способ Фурье-образов выбран так, как сдвиг фаз будет иметь малое значение. Напротив, если сдвиг фаз будет иметь большое значение, то этот способ Фурье-образов следует заменить другим.

Таким же образом определяется сдвиг сигналов с датчиков ДЗ и Д4.

Исходная формула для определения координат в системе по задержке сигнала будет иметь следующий вид:

$$|D_{mn} - x| = v_s (\tau - t_{mn}) . \quad (5)$$

В формуле (5) D_{mn} – координата акустического датчика, t_{mn} – известный момент приёма полезной составляющей дыхательного паттерна датчиком D_{mn} , τ – неизвестная – время сдвига полезной составляющей относительно опорного датчика, v_s – скорость распространения звука в легких человека [8], x – неизвестное трёхмерное положение источника относительно виртуальной системы координат, τ – неизвестный момент излучения сигнала из воспалительного процесса К.

Каждая часть уравнения (5) описывает расстояние от источника шума до датчика. В левой части из координат конца вектора вычитаются координаты его начала, чтобы получить длину вектора KD_{mn} . Правая часть уравнения (5) описывает расстояние от источника до датчика посредством временной задержки полезной составляющей сигнала.

В данном случае, в качестве примера, рассматривается система из четырёх датчиков. Для реальных условий количество датчиков больше.

Произведя преобразования и подстановки переменных в соответствии с рисунком 1, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{(R \cos \varphi - K^1 \cos \varphi)^2 + (R \sin \varphi - K^1 \sin \varphi)^2 + (z_1 - z^1)^2} = v_s (\tau - t_1) \\ \sqrt{(R \cos \varphi - K^2 \cos \varphi)^2 + (R \sin \varphi - K^2 \sin \varphi)^2 + (z_2 - z^2)^2} = v_s (\tau - t_2) \\ \sqrt{(R \cos \varphi - K^3 \cos \varphi)^2 + (R \sin \varphi - K^3 \sin \varphi)^2 + (z_3 - z^3)^2} = v_s (\tau - t_3) \\ \sqrt{(R \cos \varphi - K^4 \cos \varphi)^2 + (R \sin \varphi - K^4 \sin \varphi)^2 + (z_4 - z^4)^2} = v_s (\tau - t_4) \end{cases} \quad (6)$$

Для расчета координат остаётся подставить значения переменных и определить временную задержку полезной составляющей сигнала (формула 5).

Следует отметить, что левая часть уравнения (6) описывает расстояние от источника до датчика:

$$\sqrt{(R \cos \varphi - K' \cos \varphi)^2 + (R \sin \varphi - K' \sin \varphi)^2 + (z_2 - z')^2} = KD_{mn} \quad (7)$$

Упростив и преобразовав формулу 6, получим:

$$\begin{cases} KD_1 = v_s(\tau - t_1) \\ KD_2 = v_s(\tau - t_2) \\ KD_3 = v_s(\tau - t_3) \\ KD_4 = v_s(\tau - t_4) \end{cases} \quad (8)$$

Результаты исследования. На рисунке 3 представлена аудио дорожка записи дыхательного шума с датчика 1 в окне программы Audacity. Данная программа позволяет записывать звуковые сигналы и обрабатывать их.

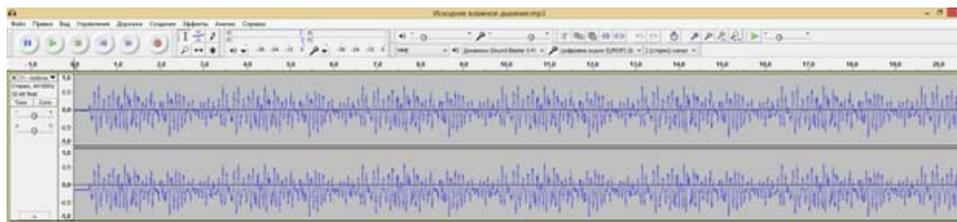


Рисунок 3 – Дыхательный паттерн с влажными хрипами с датчика Д1

Представим сигнал с датчика Д1 опорным и будем с ним сравнивать сигналы, приходящие с других датчиков.

На рисунке 4 представлены две аудио дорожки, полученные с датчика Д1 и Д2.

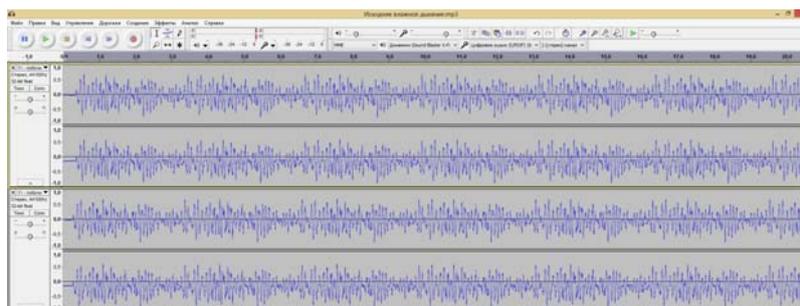


Рисунок 4 – Дыхательный паттерн с влажными хрипами с датчиков Д1 и Д2

Как видно из рисунка 4, сигналы являются идентичными, а временная задержка очень незначительна. Для того чтобы выявить эту задержку, необходимо сравнить оба сигнала.

Для сравнения используем формулу 4.

На рисунке 5 представлен результат сравнительного анализа сигналов с датчиков Д1 и Д2. Из рисунка ясно, что пик АКФ приходится на 0,0001с.

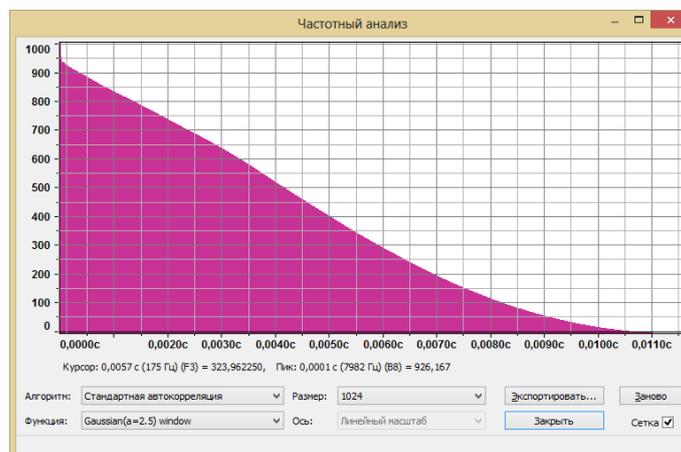


Рисунок 5 – АКФ сигналов с Д1 и Д2

По аналогии сравнительный анализ производится для сигналов, полученных с остальных датчиков.

На рисунке 5 – сдвиг сигнала $\tau = 0,0001$ с. После сравнительного анализа всех полученных сигналов с сигналом датчика Д1 значения τ подставляются в формулу (7).

Так как на рисунках 3 и 4 представлены визуализации дыхательных паттернов вместе с включенными в них хрипами, то следует уточнить, что при проведении сравнительного анализа основное внимание концентрируется на участках, содержащих хрипы. То есть, при определении фазового сдвига во внимание принимается лишь время поступления на акустический датчик именно полезной составляющей сигнала. Как показано на рисунке 6, в общем сигнале дыхательного паттерна выделен участок, который описывает влажный хрип на выдохе.

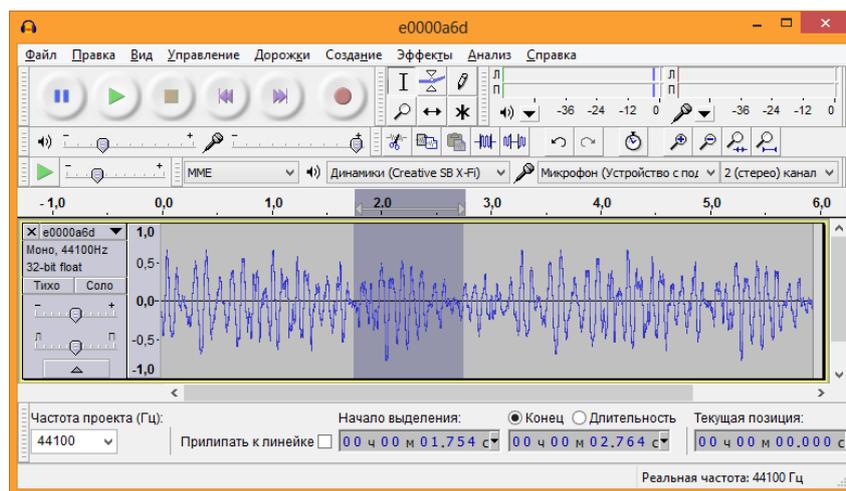


Рисунок 6 – участок с влажным хрипом в общем сигнале дыхательного паттерна

Обсуждение результатов. Полученные результаты позволяют судить о возможности сравнительного анализа сигналов, поступающих с некоторой задержкой на акустические датчики диагностической системы. Данные о временном отставании или опережении шума, вызванного пневмонией в дыхательном паттерне, относительно опорного датчика, позволяют в дальнейшем производить расчёт координат источника исследуемых шумов.

Полученные от практического применения метода диагностики пневмоний у новорожденных способом пассивной эхолокации акустические сигналы соответствуют данным классификации аускультативных шумов [9].

Выводы. Сравнительный анализ дыхательного паттерна при воспалительных процессах лёгких, дал возможность определить временную задержку полезной составляющей сигнала – шума, относительно каждого из акустических датчиков матрицы.

Проведенные исследования показали, что методика для диагностики пневмоний пассивной эхолокацией и устройство для ее реализации эффективно решает поставленные задачи. Помогает определять местоположение источника акустического феномена, вызванного пневмонией в границах виртуальных координат. При этом границы координат определяются размерами исследуемого объекта.

Благодаря сравнительному анализу полученных акустических сигналов с базой данных, повышается точность диагноза, что благотворно сказывается на исходе лечения.

Процедура записи сигнала и его идентификация с определением местоположения источника занимает мало времени, что также положительным образом влияет на психологическое состояние маленького пациента.

Литература

1. Child Health Epidemiology Reference Group of WHO and UNICEF. Global, regional, and national causes of child mortality in 2008: a systematic analysis / R.E. Black, S. Cousens, H.L. Johnson [et al.] // Lancet. – 2010. – № 375. – P. 1969–1987.

2. Таточенко, В.К. Пневмония у детей: диагностика и лечение [Электронный ресурс]: Медицинский научно-практический журнал «Лечащий врач» выпуск № 08/08. – Режим доступа : <http://www.lvgach.ru/2008/08/5613383/>. – Дата доступа : 12.09.2015.

3. Справочник педиатра / В.Г. Арсентьев, А.О. Булыгина [и др.] ; под ред. Н.П. Шабалова. – 3-е изд. – СПб. : Питер, 2014. – 736 с. : ил. – (Серия «Спутник врача») : 412. – 418 с.

4. Восканян, А.Г. Пневмония. Особенности течения и лечение больных астмой [Электронный ресурс] / А.Г. Восканян, А.А. Восканян // Электронный научный журнал «Современные проблемы науки и образования». – 2007. – №6, ч. 2. – Режим доступа : <http://www.science-education.ru/24>. – Дата доступа : 12.09.2015.

5. Способ акустического спектрального анализа обструктивных заболеваний легких : пат. 2354285 Рос. Федерации : С1, МПК А61В5/00, А61В5/08 (2009) / А.А. Гусейнов; дата публ. : 10.05.2009.

6. Способ диагностики пневмоний: пат. 98929 Украины МПК А61В7/04, Н04R1/46 (2015) / А.Е. Апикова, Д.О. Федотов, В.А. Клименко; дата публ. : 12.05.2015.

7. Прибор для диагностики пневмоний: пат. 99946 Украины МПК А61В5/08, А61В5/0205, А61В7/04, Н04R1/46 (2015) / А.Е. Апикова, Д.О. Федотов, Я.К. Яновская; дата публ. : 25.06.15.

8. Ширяев, А.Д. Частотные характеристики воздушно-структурного и структурного звукопроводения в лёгких человека / А.Д. Ширяев, В.И. Коренбаум // Акустический журнал. – 2013. – Т. 59, № 6. – С. 759–767.

9. Манджони, С. Секреты клинической диагностики / С. Манджони ; Пер. с англ. – М. : «Издательство БИНОМ», 2004. – 608 с., ил.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 04.11.2015

Ведение хозяйства в сосновых лесах Белорусского Полесья

В.Ф. БАГИНСКИЙ¹, О.В. ЛАПИЦКАЯ²

Описаны основные подходы к ведению хозяйства в сосновых лесах Белорусского Полесья. Показано, что до 2030 г. существенного изменения запасов в спелых сосновых древостоях не ожидается в связи с изменением климата. При установлении возрастов рубок главного пользования должна учитываться экологическая спелость, которая в сосняках Полесья колеблется от 90 до 120 лет. Поэтому целесообразно повышение возраста рубки в сосняках вересковых и мшистых на 1 класс возраста, а в болотных типах леса на 2 класса возраста. Запасы древесины в спелых сосновых древостоях на избыточно увлажненных землях эксплуатируются недостаточно и интенсивность хозяйства здесь следует повысить.

Ключевые слова: сосновые древостои, главное пользование, экологическая спелость, тип леса.

The basic approaches to the management of the economy in the pine forests of the Belarusian Polesie are described. It is shown that up to 2030 a significant change in stocks in mature pine stands is not expected due to climate change. In determining the ages of felling of the main use, it should be taken into account that the environmental maturity of the pine forests of Polesie ranges from 90 to 120 years. Therefore, it is advisable to increase the age of logging in the pine forests of heather and moss in the 1 age class, and in wetland forest types in the 2 age class. Timber reserves in mature pine stands on waterlogged lands are exploited insufficiently and intensity of the economy should be improved here.

Keywords: pine stands, main use, environmental ripeness, type of wood.

Введение. Леса Республики Беларусь являются одним из важнейших возобновляемых ресурсов нашего государства. Они занимают свыше 8,0 млн. га и имеют общий запас более 1,5 млрд. м³. Лесистость территории в нашей стране достигла 39 % [1]–[2]. Одним из наиболее лесистых регионов является Белорусское Полесье [1], [3]–[5]. Полесьем традиционно считают южные районы Беларуси, примыкающие к ним области России и северную часть Украины. Основным признаком здесь является высокая лесистость.

Для рационального использования ресурсов Белорусского Полесья в 2011–2015 гг. реализована Государственная программа развития Полесья, где леса являются важным ресурсом. Они включают в себя не только большие запасы древесины и недревесной продукции леса, но и играют значимую роль как стабилизатор экологической обстановки в нашей стране и соседних государствах. Уникальная природа Полесья является существенным объектом туризма. В то же время потенциальные возможности лесов Полесья как сырьевого и экологического ресурса значительно выше, чем мы имеем и используем их в настоящее время. Не в полной мере реализуется экологический потенциал лесов, что связано как с недобором массы древесины, так и со структурой лесного фонда.

В Полесье в силу его природно-климатических, и особенно почвенно-грунтовых условий, наиболее распространенной древесной породой является сосна обыкновенная [2]–[6]. В данном регионе она занимает 60,0 % земель, покрытых лесом, против 50,4 % по Беларуси. Именно сосняки определяют основной объем лесопользования в Белорусском Полесье [1]–[2].

Несмотря на большие успехи, достигнутые в деле изучения сосновых древостоев Полесья, в последние десятилетия появились новые аспекты в исследовании как всех лесов, так и сосновых насаждений. Связано это с появлением новых подходов: развитием математического моделирования, системного анализа, усилением антропогенной нагрузки на леса и изменением климата [6]–[9]. Последний фактор в наибольшей степени затрагивает леса Полесья, где прогнозируется изменение породной структуры лесов и их продуктивности. Поэтому исследование сосновых древостоев в Белорусском Полесье продолжает оставаться актуальными.

Материалы и методика исследований. Методика исследований базируется на применении при сборе полевого материала, его обработке и анализе общебиологических, лесоводственных, лесотаксационных, экономических и экологических методов, описанных в литературе [1], [4], [9]–[13]. Использовали также математическое моделирование и системный

анализ [6]–[7], [11]. Сбор экспериментального материала проводился с помощью закладки пробных площадей (200 проб) и анализа лесоустроительных материалов из поведельной базы данных «Лесной фонд», где проанализировано около 19000 выделов в 5 лесхозах и Полесском радиационно-экологическом заповеднике. Исследования провели как в суходольных, так и в болотных типах леса.

Результаты и обсуждения. Основное мероприятие, которому уделяется внимание при ведении хозяйства в лесах Беларуси, – это организация лесопользования. Расчетная лесосека по главному пользованию за последние 10 лет (с 2006–2016 г.) повысилась в стране с 7,2 до 12 млн.м³ [1]. Республика в настоящее время полностью удовлетворяет свои потребности в древесине. Экспорт достигает 2,5–3 млн.м³ в переводе на круглый лес. Вывозится в основном мебель, фанера, плитовые материалы, балансы. Объем экспорта в денежном выражении близок к 900 млн. USD. На долю Минлесхоза (баланси, доски, поддоны, оцилиндрованная древесина и т. д.) приходится 140–160 млн. USD. Правда, из-за экономического кризиса в последние годы эти показатели несколько снизились, но в перспективе они восстановятся и станут выше.

Несмотря на очевидные успехи в организации лесопользования, здесь есть ряд проблем. Они вызваны как истощительным лесопользованием в прошлые времена (недостаток спелых и молодняков, особенно первого класса возраста, избыток средневозрастных), так и недостаточным вниманием к научным рекомендациям, особенно в 80–90 гг. XX в.

В Беларуси существует весьма оптимистичный взгляд на перспективы лесопользования, в том числе и в Полесье. Они действительно позитивные, что определяется наличием приспевающих древостоев, площадь которых практически соответствует величине научно обоснованных нормативов, избыточными площадями средневозрастных насаждений, постоянно увеличивающимися запасами древесины на один га.

В то же время недостаточное внимание уделяется другим, не столь благополучным показателям. Так, средняя полнота древостоев равна 0,7, что не может считаться оптимальным. Средняя полнота приспевающих и спелых не превышает 0,5–0,6, что явно недостаточно. Увеличение средних запасов на 1га происходит в основном за счет повышения среднего возраста древостоев. На низкую полноту, что является следствием избыточного промежуточного пользования, особенно выборочных санитарных рубок, внимание обращается меньше.

В Беларуси объём лесопользования за последние годы достиг 16–17 млн.м³. Средний прирост достиг величины 29–30 млн.м³. При сопоставлении этих цифр может сложиться мнение, что для увеличения объемов вырубki есть большие резервы. Но средний прирост как показатель объемов лесопользования может быть полностью реализован только в «нормальном» лесу. При недостатке спелых он недорубается, а при их избытке – перерубается.

Возрасты рубки в лесах Беларуси установлены в 2001 г. [1]. Анализ потребления древесины в Беларуси в настоящее время и на перспективу показывает, что возрасты рубки основных пород занижены. Так, выход крупной деловой древесины при проведении главного пользования составляет менее 20 % [1], [14]. Это приводит к недостатку пиловочника и фанерных бревен. С позиций потребления древесины необходимость повышения возрастов рубки (в т. ч. и в Полесье) нами доказана [1], [14]. Повышение должно начинаться с низших классов бонитета и менее ценных пород и проходить постепенно по мере проведения базового лесоустройства лесхозов. В период с 1991–2008 гг. это могло быть осуществлено без больших трудностей, т. к. расчетная лесосека недоиспользовалась. К сожалению, эти предложения не были приняты. Сегодня, когда расчетная лесосека используется полностью, а к 2017 г. при росте экспорта возможен даже дефицит древесины, переход на повышенные возрасты рубок становится затруднительным.

При установлении возрастов и оборотов рубки должно учитываться не только потребление древесины, выражающееся в технической и количественной спелостях леса, экономические факторы, но и экологические проблемы. Это определяется необходимостью соблюдения условий устойчивого развития, к положениям которого присоединилась Республика Беларусь [1], [15]–[17].

Экологические функции леса многообразны, что приводит к затруднениям при установлении возрастов рубки. Известны многочисленные спелости леса по отдельным экологическим полезностям: водоохранная, почвозащитная и т. д. Это многообразие не позволяло корректно найти эколого-экономическую спелость древостоев.

Анализ экологических функций леса показал, что большинство из них носит локальный характер. Например, водоохранная функция леса «привязана» к конкретному водному бассейну – в Беларуси это Днепр, Неман, Западная Двина. Почвозащитные и другие полезности леса тоже ограничиваются определенными районами. Глобальной функцией леса, имеющей планетарный характер и оказывающей существенное влияние на климат планеты, является депонирование диоксида углерода и связанное с ним выделение атомарного кислорода. Экологическая спелость нормальных сосновых древостоев Белорусского Полесья, рассчитанная нами, соответствует для сосняка кисличного и черничного 85–95 лет; для сосняка мшистого и верескового 100–120 лет. Поэтому по экологическим соображениям в лесах 2 группы целесообразно в сосняках вересковых и мшистых повысить возраст рубки на 1 класс возраста. Экологическая спелость модальных сосновых древостоев находится в пределах: сосняки кисличные и мшистые 75–85 лет; сосняки черничные и вересковые 80–90 лет. И изменения возрастов рубки здесь не требуется [15], [17]. Спелости являются тем возрастом, когда наблюдается оптимальное соотношение экономических и экологических целей при воспроизводстве леса. Она свидетельствует о том, что современные возрасты рубки модальных древостоев в лесах II группы соответствуют требованиям экологически ориентированного лесопользования и отвечают экономическим критериям лесовыращивания. В то же время реальные возрасты рубки хвойных древостоев составляют около 82 лет [1], [14], т. е. они ниже рассчитанной спелости. Поэтому следует установить возраст рубки в лесах Беларуси, в том числе и в Полесье, хотя бы по верхнему уровню класса возраста современных спелых древостоев.

Нормальные насаждения являются тем идеалом, к которому должны стремиться лесоводы как и к системе нормального леса. При достижении такого уровня ведения лесного хозяйства, когда в возрасте 61–120 лет будут преобладать древостои не с полнотой 0,5–0,6 как современные модальные [1], [14], а с полнотой 0,8–1,0, то будет необходим переход к более высокому возрасту рубки на основе эколого-экономической спелости.

В Республике Беларусь сформирована и действует полноценная нормативно-правовая база для организации и проведения лесопользования. Она вобрала в себя не только все лучшие достижения, которые были в СССР, но и многое из передового мирового опыта. Кроме того, было разработано ряд новых подходов и положений с учётом местных особенностей, учитывая известное высказывание Г.Ф. Морозова, что лес – понятие географическое. Это позволило сформировать белорусскую модель лесного хозяйства и лесопользования, которая, продолжая совершенствоваться, обеспечивает запросы народного хозяйства и рынка в лесной продукции и экологических полезностях и соответствует научным принципам экологизированного лесоводства и лесопользования. В то же время в лесном хозяйстве и в лесопользовании сохраняются значительные проблемы.

Исследованиями установлено, что наиболее распространёнными типами леса в Полесье являются сосняки вересковые (12,3 %), мшистые и равные им по продуктивности брусничные (48,6 %), кисличные и близкие им по продуктивности орляковые (11,8 %) и сосняки черничные (19,3 %). Перечисленные древостои в совокупности занимают 92 % площадей сосновых насаждений. Таким образом, ресурсный потенциал сосновых лесов Восточного Полесья высокий. Средний уровень их производительности характеризуется I^a–II классами бонитета, и только сосняк вересковый имеет более низкую производительность. Динамика этих древостоев и их прирост показывает преимущества сосновых древостоев Полесья перед другими древесными породами, особенно перед елью в условиях глобального потепления.

Наши исследования в сосняках Полесья показали, что ожидаемые изменения климата к 2030 г. существенно не скажутся на продуктивности сосняков (кроме сосняка верескового), что повышает конкурентоспособность сосновых древостоев в Полесье и позволяет расширить их площади. Прогнозируемое увеличение доли сосняков к 2030 г. составит до 15 %, что повысит процентное содержание сосны в регионе до 73–75 %. Это делает сосну предпочтительной породой на среднесрочную перспективу.

Для повышения продуктивности сосновых древостоев необходимо к 2030 г. повысить модальную полноту средневозрастных, приспевающих и спелых сосновых древостоев до 0,7–0,75, а лучше до 0,8.

Учитывая большие запасы углерода, депонированного сосновыми древостоями Полесья (до 100–130 т/га), целесообразно включиться в систему рынка углеродных квот.

Сосновые леса на заболоченных территориях в Полесье, как и на остальной территории лесного фонда нашей страны, в настоящее время используются недостаточно. Причиной этому является невысокая экономическая эффективность эксплуатации низкопродуктивных древостоев, где при нынешних возрастах рубки можно получить только мелкую деловую древесину и дрова.

В настоящее время около 20 % лесов исключены из расчёта главного пользования. Среди них почти все болотные леса. Мы считаем, что все древостои (исключением должна быть только зона полной заповедности в заповедниках и национальных парках) должны в конечном итоге вырубаться рубками главного пользования. Такое предложение может показаться противоречащим принципам экологизации при ведении хозяйства. Но наше предложение не требует рубить все древостои при одинаковом возрасте рубки, использовать единые способы рубок. Наоборот, леса зеленых зон, другие участки, имеющие экологическое или культурное значение, должны поступать в рубку в весьма высоком возрасте, вплоть до естественной спелости. Здесь уместны разные виды постепенных рубок и т. д. Но по своей юридической сути это должно быть главное пользование с начислением попенной платы, а не некоторая имитация промежуточного пользования, как это происходит сегодня в отношении рубок обновления и реформирования. Выводом из изложенных положений должно стать расширение объемов лесопользования в болотных сосновых лесах Полесья. При этом возрасты рубки в сосняках, произрастающих на избыточно увлажненных землях следует повысить на 2 класса возраста. В крайнем случае для сосняков долгомошных повышение может составить один класс возраста. При пересмотре возрастов рубки их следует дифференцировать по классам бонитета или типам леса. Приняв меры по искусственному восстановлению сосновых лесов на избыточно увлажненных землях, мы существенно сократим оборот рубки в этих условиях.

Заключение. Обобщая изложенное, приходим к следующим выводам.

1. Типологическая структура сосняков Полесья характеризуется преобладанием мшистых (48 %), черничных (19,3 %), вересковых (12,4 %) и орляковых типов леса.

2. Изменение площадей сосняков к 2030 г. прогнозируется в увеличении их процентной доли на 12–15 % и доведении доли сосны в составе лесного фонда до 70–73 % от площади земель, покрытых лесом. Повышение доли сосняков за счёт климатических изменений не превысит 7 %. Остальное повышение прогнозируется получить путем проведения целенаправленных хозяйственных мероприятий.

3. В перспективе до 2020 г. и даже до 2030 г. существенного изменения запасов спелых древостоев в основных типах леса не ожидается в силу большой инерционности накопления древесины в древостое. В сосняках вересковых к 2030 г. может произойти снижение продуктивности на 5–8 % из-за уменьшения количества осадков в весенне-летний период.

4. Запасы депонированного углерода к 2020–2030 гг. составят в нормальных приспевающих и спелых древостоях от 68 до 170 т/га в 70 лет до 100–218 т/га в 100–110 лет в зависимости от типа леса и класса бонитета. В сосняках вересковых к 2030 г. объём связанного углерода уменьшится на 5–8 % и составит от 62 до 92 т/га в возрасте от 70 до 100 лет.

5. Экологическая спелость нормальных сосновых древостоев в восточной части Белорусского Полесья соответствует для сосняка кисличного и черничного 85–95 лет; для сосняка мшистого и верескового 100–120 лет.

6. В эксплуатационных лесах по экологическим соображениям следует в сосняках вересковых и мшистых повысить возраст рубки на 1 класс возраста, а в болотных типах леса это увеличение составит 2 класса возраста.

7. Возраст экологической спелости модальных сосняков ниже, чем у нормальных из-за излишнего снижения полноты в средневозрастных и приспевающих древостоях в результате рубок промежуточного пользования.

8. Динамика основных таксационных показателей исследованных сосняков хорошо описывается уравнениями полиномов третьей степени, учитывая наличие в динамике этих древостоев двух точек перегиба.

9. Модальная продуктивность сосняков в Полесье от модального класса бонитета этих древостоев. Последние представляют собой величины, не соответствующие целым значениям классов бонитета.

10. Динамика средних полнот в сосняках Полесья показывает закономерное уменьшение полноты с повышением возраста. В сосняках осоко-сфагновых и сосняках сфагновых полнота и в силу медленного процесса лесовосстановления в болотных лесах в молодом возрасте очень низкая. С увеличением возраста она повышается к 60–75 лет, чему способствует отсутствие здесь рубок ухода. Затем полнота снижается до 0,6.

11. Запасы древесины в спелых древостоях сосняков осоково-сфагновых и сосняках сфагновых представляют определенную экономическую ценность. Поэтому отказ от лесоводственной эксплуатации этих насаждений не оправдан с экономической точки зрения.

Литература

1. Багинский, В.Ф. Таксация леса: учебное пособие / В.Ф. Багинский. – Гомель : ГГУ, 2013. – 416 с.
2. Государственный учет лесов по состоянию на 01.01.2011 года. – Минск : Министерство лесного хозяйства Республики Беларусь, 2011. – 91 с.
3. Хомич, В.С. Белорусское Полесье / В.С. Хомич, Н.Н. Бамбалов, И.И. Лиитван, А.С. Мееровский [и др.]. – Минск : Минсктиппроект, 2007. – 71 с.
4. Юркевич, И.Д. География, типология и районирование лесной растительности Беларуси / И.Д. Юркевич, В.С. Гельтман. – Минск : Наука и техника, 1965. – 288 с.
5. Юркевич, И.Д. Леса Белорусского Полесья / И.Д. Юркевич, Н.Ф. Ловчий, В.С. Гельтман. – Минск : Наука и техника, 1977. – 288 с.
6. Багинский, В.Ф. Системный анализ в лесном хозяйстве: уч. пособие / В.Ф. Багинский. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2009. – 168 с.
7. Никитин, К.Е. Методы и техника обработки лесохозяйственной информации / К.Е. Никитин, А.Е. Швиденко. – Москва : Лесная промышленность, 1978. – 270 с.
8. Неверов А.В. Экономика природопользования: учебно-методическое пособие для ВУЗов / К.Е. Никитин. – Минск : БГТУ, 2009. – 554 с.
9. Комплексная продуктивность земель лесного фонда / В.Ф. Багинский, Л.Д. Есимчик, В.В. Гримашевич, И.В. Ерманина, О.В. Лапицкая [и др.] ; под ред. В.Ф. Багинского. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2007. – 295 с.
10. Ермаков, В.Е. Лесоустройство / В.Е. Ермаков. – Минск : Вышэйшая школа, 1993. – 256 с.
11. Юркевич, И.Д. Выделение типов леса при лесоустроительных работах / И.Д. Юркевич. – Минск : Наука и техника, 1980. – 120 с.
12. Мелехов, И.С. Лесоведение / И.С. Мелехов. – Москва : Лесная промышленность, 1980. – 406 с.
13. Рожков, Л.Н. Методические подходы расчета углеродных пулов в лесах Беларуси / Л.Н. Рожков // Труды БГТУ. – 2011. – № 1. – С. 62–70.
14. Багинский, В.Ф. Проблема повышения возрастов рубки в лесах Беларуси / В.Ф. Багинский // Лесное и охотничье хозяйство. – 2000. – № 1. – С. 10–18.
15. Лапицкая, О.В. Эколого-экономическая спелость леса / О.В. Лапицкая // Лесное и охотничье хозяйство. – 2001. – № 1. – С. 8–9.
16. Первое национальное собрание в соответствии с обязательствами Республики Беларусь по рамочной конвенции ООН об изменении климата. – Минск, 2003. – 260 с.
17. Багинский В.Ф. Спелость леса в системе устойчивого природопользования / В.Ф. Багинский, А.В. Неверов, О.В. Лапицкая // Труды Белорусского государственного технологического университета. Серия V11. Экономика и управление. – 2002. – Вып. X. – С. 207–216.
18. Правила рубок леса в лесах Республики Беларусь. ТКП 143–2008 (02080). – Минск : Минлесхоз Республики Беларусь, 2009. – 89 с.

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

²Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

УДК 599.742.73

Микросателлитные ДНК-маркеры в генетической дактилоскопии особей *Felis catus* и родственных видов семейства Кошачьи

Г.Г. ГОНЧАРЕНКО, С.А. ЗЯТЬКОВ

Представлены данные по кариотипу и геному домашней кошки *F. catus*. Рассмотрены микросателлитные локусы в качестве наиболее удобных генетических маркеров для дактилоскопии особей и пород *F. catus*. Охарактеризованы идентификационная панель, основанная на использовании 10 локусов с динуклеотидными повторами с вероятностью совпадения генотипа равной 10^{-10} , а также 11-локусная панель с тетрануклеотидными повторами с вероятностью совпадения $10^{-6}-10^{-8}$.

Ключевые слова: ДНК, кошачьи, цепная реакция, особь.

The karyotype and genome of the domestic cat *F. catus* are described. A forensic genotyping panel of 10 dinucleotide STR loci (power of discrimination 10^{-10}) and 11 tetranucleotide STR loci (power of discrimination $10^{-6}-10^{-8}$) for *F. catus* is characterized.

Keywords: DNA, cat, chain reaction, individual.

Кариотипы и геномы. Ранее в цитогенетических исследованиях было установлено, что кариотип домашней кошки *Felis catus* L. состоит из 38 хорошо различимых хромосом – 18 пар аутосом и пары половых хромосом XY. Хромосомы домашней кошки ясно отличаются размером и положением центромеры. У них различают три крупных субметацентрических (A1-A3), четыре субтелоцентрических (B1-B4) и две метацентрических (C1-C2) хромосомы. Имеются также мелкие хромосомы – четыре субметацентрические (D1-D4), три метацентрические (E1-E3), две акроцентрические (F1-F2) и субметацентрическая X и маленькая Y хромосома [1]–[4]. Изображение 18 аутосом и половых хромосом X и Y домашней кошки *F. catus* в виде идиограммы представлено на рисунке 1.

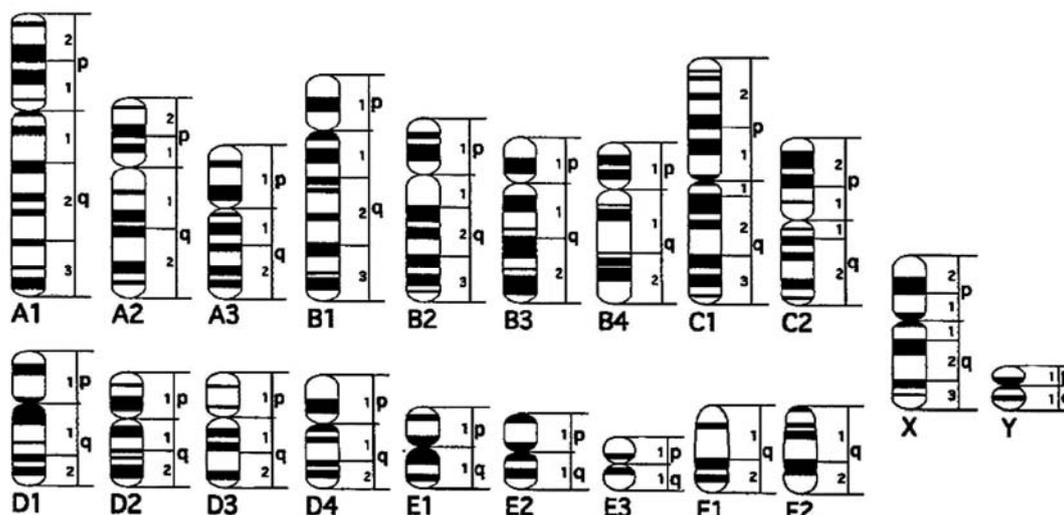


Рисунок 1 – Идиограмма кариотипа кошки *Felis catus* [3]

Успешное развертывание исследований по проекту «Геном кошки» (2002-2007) [5], [6] и ранее завершенному проекту «Геном человека» (2000-2003) [7], [8] дало возможность анализировать на молекулярном уровне как отдельные структурные гены, так и любые другие участки ДНК в геномах этих видов. Установлено, что гаплоидный геном человека (23 хромосомы) содержит $3,2 \times 10^9$ нуклеотидных пар ДНК и около 32 тыс. генов, а геном кошки (19 хромосом) – $2,7 \times 10^9$ н. п. и более 20 тыс. генов.

В последние годы на основе данных по структуре генома стремительно развиваются методы ДНК-идентификации, позволяющие проводить дактилоскопию отдельных особей, генетическую паспортизацию пород и установление видовой принадлежности особей семейства Кошачьи.

Характеристика микросателлитных локусов. Одним из наиболее удобных и широко используемых маркеров для ДНК-идентификации являются **микросателлиты**. Это особый класс ДНК-маркеров, представляющих собой фрагменты ДНК с большим количеством – до ста и выше тандемно повторяющихся идентичных «мотивов». Мотивом является короткая последовательность из нескольких (от двух до восьми) пар нуклеотидов обычно называемая «повтором» [9].

В зависимости от длины повтора микросателлиты классифицируют на локусы с ди-, три-, тетра-, пента-, и гексануклеотидными повторами. Таким образом, **микросателлитом**, или микросателлитным локусом (STR-локусом, Short Tandem Repeats), называют – участок ДНК, расположенный в конкретной хромосоме и содержащий **короткие тандемные повторы**.

Аллели микросателлитного локуса отличаются друг от друга числом повторов и, как следствие, длиной. Микросателлитные локусы высокополиморфны – т. е. для каждого из них имеется много аллелей. Например, локус FCA149, локализованный в хромосоме В1, домашней кошки содержит динуклеотидные повторы ТГ. В популяциях *F. catus* обнаружено 6 аллелей этого локуса (с числом повторов от 13 до 18). Нуклеотидная последовательность фрагмента ДНК, содержащего повторы ТГ, и прилежащие к повторам справа и слева (фланкирующие) последовательности ДНК представлены на рисунке 2. Из рисунка хорошо видно, что данный аллель локуса FCA149 имеет 17 повторов ТГ. Поэтому формула данного локуса записывается как FCA149 (ТГ)₁₇.

```
5' - ggacttccat ttaataagac ccccaactccc tggaaagaaa tatgtgtgtg tgtgtgtgtg
      tgtgtgtgtg tgtgtgtgtaacg tattcatccc acacatgggtg agacacccag antnctctag-3'
```

Рисунок 2 – Фрагмент ДНК, содержащий ТГ повторы локуса FCA149 и фланкирующие участки

Микросателлитные фрагменты выявляют методом полимеразной цепной реакции (**ПЦР**), обеспечивающим **амплификацию** – многократное увеличение копий данного фрагмента ДНК. Синтез этого фрагмента инициируется ДНК-затравками в виде пары **праймеров**, синтетических олигонуклеотидов, комплементарных нуклеотидным последовательностям на границах исследуемого фрагмента. Так как микросателлитные аллели короткие и вместе с праймерами обычно не превышают 200–300 п. н., то даже сильно поврежденный биологический материал может содержать полные копии исследуемого фрагмента ДНК, обеспечивая их успешную амплификацию. Именно по этой причине ПЦР микросателлитов оказался особенно важным для судебно-медицинских исследований. Для исследуемого микросателлитного локуса конструируют такую пару праймеров, чтобы комплементарные им фланкирующие участки ДНК были высокоспецифичны, т. е. отсутствовали в других участках генома. Длина праймеров должна быть не менее 20–30 п. н., их 3'-концы не должны быть комплементарными друг другу [10].

Интересным примером микросателлитного локуса является протоонкоген вируса саркомы кошки *fes/fps*, который расположен в длинном плече хромосомы 15 человека и содержит тетра-нуклеотидные повторы АТТТ в интроне 5 этого гена. Повторы АТТТ и определяют микросателлитный локус, обозначаемый как FES/FPS. В популяциях человека обнаружен ряд аллелей локуса FES/FPS с числом повторов от 7 до 15. На рисунке 3 дана нуклеотидная последовательность фрагмента интрона 5 гена *fes/fps*, между позициями 4631 и 4800, где располагаются повторы АТТТ (полная длина гена *fes/fps* превышает 12 тыс. пар нуклеотидов). Формула STR-локуса FES/FPS записывается как (АТТТ)₁₁, поскольку в наиболее характерном аллеле содержится 11 повторов АТТТ (на рисунке 3 выделены жирным). На этом же рисунке подчеркнуты участки ДНК для пары праймеров, которые успешно используются при амплификации аллелей локуса FES/FPS.



4631 5'– gcagctgga gatggagtgg ctgttaattc catgtaggga aggctgtggg aagaagaagg 4691 ttaggagac
 aaggatagca gttcatttat ttattattt atttatttat ttattattt 4761 atttatttag agatgtagtc tcattcttc gccaggctgg
agtgcagttg–3' 4800

Рисунок 3 – Фрагмент ДНК, содержащий АТТТ повторы микросателлитного локуса FES/FPS и фланкирующие участки, расположенные в интроне 5 протоонкогена вируса саркомы кошки *fes/fps*, локализованного в длинном плече хромосомы 15 человека

Необходимо подчеркнуть, что в последние десятилетия были разработаны эффективные методы анализа микросателлитов с использованием праймеров, меченных флуоресцентными красителями, с последующей детекцией продуктов реакции с помощью автоматических секвенаторов ДНК [11].

Панель микросателлитных локусов для идентификации особей *F. catus*. За последние годы было установлено, что микросателлитные локусы у всех исследованных видов являются высокополиморфными, включая и микросателлиты *F. catus*, с десятками аллелей в каждом локусе и высокими темпами мутирования [12]–[14].

Поскольку микросателлитные локусы являются селективно-нейтральными, они не подвержены действию естественного отбора. Комбинация аллелей таких локусов является уникальной характеристикой каждой особи.

Интересно отметить, что уже в первой работе, посвященной разработке методов дактилоскопии кошек на основе микросателлитов Менотти-Раймонд с соавторами [15] использовали **10 микросателлитных локусов с динуклеотидными повторами**. В предыдущем разделе нашей статьи приведен пример (рисунок 2) для одного локуса FCA 149. В нем обнаружено 6 аллелей, содержащих динуклеотидный мотив ТГ с количеством повторов от 13 до 18. Следовательно, при 6 аллелях в популяциях *F. catus* по этому локусу будет 21 различный генотип. Если использовать для идентификации кошек кроме локуса FCA 149 еще один локус также с 6 аллелями, это позволит различать (21×21) 441 генотип. В работе Менотти-Раймонд и др. [15] использовалось 10 микросателлитных локусов, количество аллелей в каждом из которых варьировало от 5 до 10. Это означает, что количество возможных многолокусных генотипов по этим 10 генам у кошек составляет более 10 миллиардов (10^{10}). Иными словами только у одной особи *F. catus* из 10 млрд. генотип при использовании этого набора локусов, может совпасть с какой либо другой особью. Таким образом, разработанная по **10 микросателлитным локусам идентификационная панель** позволяет проводить точную генетическую дактилоскопию любой особи *F. catus*.

В дальнейшем исследователи предложили для дактилоскопии кошек использовать набор из **11 микросателлитных локусов, содержащих тетра nukлеотидные повторы** [16]. Тетрануклеотидный мотив, хромосомная локализация, количество аллелей, а также оптимальный набор праймеров для амплификации этих 11 локусов приведены в таблице 1. Данная **идентификационная панель** позволяет проводить точную генетическую дактилоскопию для 28 пород *F. catus* с вероятностью совпадения генотипов у двух особей равной 10^{-6} , а для непородистых – 10^{-8} [16]. Эта панель прошла этапы сертификации и получила статус стандарта для ДНК-тестирования в криминалистических лабораториях США.

Необходимо добавить, что для контроля происхождения и индивидуальной идентификации кошек Международным обществом генетики животных (ISAG) с 2006 года рекомендована также **идентификационная панель**, использующая систему маркеров, основанную на анализе 9 микросателлитных локусов с ди- и тетра nukлеотидными повторами [17], [4].

Таблица 1 – Характеристика 11 тетрануклеотидных микросателлитных локусов иллюстрирующие ДНК идентификационную панель

Локус	Мотив	Хромосомная локализация	Количество аллелей	Размер ампликонов, н. п.	Последовательность праймеров 5'-3' с указанием флуоресцентной метки
FCA 723	(GGAA) ₈ G (GAAA) ₁₅	A1	20	243–317	F 6FAM-TGAAGGCTAAGGCACGATAGATAGTC R GCCACCCAGGTGTCCTGCTTC
FCA 731	(CCAT) ₈ /(CCAT) ₁₁	B1	6	337–401	F 6FAM-ATCCATCTGTCCATCCATCTATT R GGTCAGCATCTCCACTTGAGG
FCA 733	(GATA) ₁₁	B2	16	128–226	F GATCCATCAATAGGTAATGGA-TAAAGAAGATG R 6FAM-TGGCTGAGTAATATTCCACTGTCTCTC
FCA 736	(ATAC) ₁₀ (CA) ₃ (ATAG) ₁₄	B4	23	164–222	F VIC-CCGAGCTCTGTTCTGGGTATGAA R GTGTCTTTCTAGTTGGTCGGTCTGTCTATCTG
FCA 740	(GATA) ₁₁	C1	7	308–336	F NED-CCAAGGAGCTCTGTGATGCAAA R GTTCCACAGGTAACATCAACCAA
FCA 742	(CTTT) ₁₁	D4	15	122–175	F NED-AAATTTCAATGTCTTGACAACGCATAAG R GCCAGGAACACCATGTTGGGCTA
FCA 749	(GATA) ₁₀ / (GATA) ₆	F2	14	276–416	F PET-GAGGAGCTTACTTAAGAGCATGCGTTC R GTGTCTTAAACCTATATTTCG-GATTGTGCCTGCT
F124	(GAAA) ₁₅	E1	20	255–367	F VIC-TGTGCTGGGTATGAAGCCTACTG R GTGTCTTCCATGCCATAAAGGCTCTGA
F53	(GAAA) ₈	A1	11	115–272	F PET-CCTATGTTGGGAGTAGAGATCACCT R GTGTCTTGAGTGGCTGTGGCATTTC
F85	(CTTT) ₁₀ (CT) ₁₀ (T) ₄ (CTTT) ₁₅	B1	32	183–301	F NED-TAAATCTGGTCCCTCACGTTTTTC R GCCTGAAAATGTATCCATCACTTCAGAT
FCA 441	(GATA) ₉	D3	8	113–137	F GTGTCTTGATCGGTAGGTAGGTAGATATAG R VIC-ATATGGCATAAGCCTGAAGCAAA

Таким образом, в данной статье представлены данные по кариотипу и геному домашней кошки *F. catus*. Рассмотрены микросателлитные локусы в качестве наиболее удобных генетических маркеров для дактилоскопии особей и пород *F. catus*. Охарактеризованы идентификационная панель, основанная на использовании 10 локусов с динуклеотидными повторами с вероятностью совпадения генотипа равной 10^{-10} , а также 11-локусная панель с тетрануклеотидными повторами с вероятностью совпадения 10^{-6} – 10^{-8} .

Работа проводилась в рамках тем ГПНИ 16-14 и ГПНИ 16-32, выполняемых в рамках государственных программ «Биотехнологии» и «Природопользование и экология».

Литература

1. Jones, T.C. San Juan Conference on karyotypes of Felidae. Special Report / T.C. Jones // Mammal. Chromos. Newslett. – 1965. – Vol. 15. – P. 121–122.
2. О'Брайен, С. Генетика кошки / С. О'Брайен, Р. Робинсон, А.С. Графодатский, А.В. Таранин. – Новосибирск: Наука, 1993. – 212 с.
3. Cho, K.W. A proposed nomenclature of the domestic cat karyotype / K.W. Cho, H.Y. Youn, H. Satoh, T. Watari, H. Tsujimoto, A. Hasegawa // Cytogenet Cell Genet. – 1997. – V. 79. – P. 71–78.

4. Lyons, L.A. Genetic testing in domestic cats / L.A. Lyons // *Molecular and Cellular Probes*. – 2012. – doi:10.1016/j.mcp.2012.04.004.
5. O'Brien, S.J. The Feline Genome Project / S.J. O'Brien, M. Menotti-Raymond, W.J. Murphy, N. Yuhki // *Annu. Rev. Genet.* – 2002. – V. 36. – P. 657–686.
6. Pontius, J.U. Initial sequence and comparative analysis of the cat genome / J.U. Pontius, J.C. Mullikin, D.R. Smith, K. Lindblad-Toh, S. Gnerre, M. Clamp, J. Chang, R. Stephens, B. Neelam, N. Volfovsky, A.A. Schaffer, R. Agarwala, K. Narfstrom, W.J. Murphy, U. Giger, A.L. Roca, A. Antunes, M. Menotti-Raymond, N. Yuhki, J. Pecon-Slattey, W.E. Johnson, G. Bourque, G. Tesler, S.J. O'Brien // *Genome Res.* – 2007. – V. 17. – P. 1675–1689.
7. Initial sequencing and analysis of the human genome / International Human Genome Sequencing Consortium // *Nature*. – 2001. – Vol. 409. – P. 860–921.
8. Venter, J.C. The sequence of the human genome / J.C. Venter [et al.] // *Science*. – 2001. – Vol. 291. – P. 1304–1351.
9. Tautz, D. Notes on the definition and nomenclature of tandemly repetitive DNA sequences / D. Tautz // *DNA Fingerprinting: State of the Science*, Basel, Switzerland, 1993. – P. 21–28.
10. Животовский, Л.А. Микросателлитная изменчивость в популяциях человека и методы ее изучения / Л.А. Животовский // *Вестник ВОГиС*. – 2006. – № 1, Т. 10. – С. 74–96.
11. Ziegler, J.S. Application of automated DNA sizing technology for genotyping microsatellite loci / J.S. Ziegler, Y. Su, K.P. Corcoran // *Genomics*. – 1992. – V. 14. – P. 1026–1031.
12. Jeffreys, A.J. Spontaneous mutation rates to new length alleles at tandem repetitive hypervariable loci in human DNA / A.J. Jeffreys, N.J. Royle, V. Wilson, Z. Wong // *Nature*. – 1988. – V. 332. – P. 278–281.
13. Kelley, R. Spontaneous mutation at the hypervariable mouse minisatellite locus Ms6-hm: flanking DNA sequence and analysis of germline and early somatic mutation events / R. Kelley, M. Gibbs, A. Collick, A.J. Jeffreys // *Proc. R. Soc. Lond. B*. – 1991. – V. 245. – P. 235–245.
14. Henderson, S.T. Instability of simple sequence DNA in *Saccharomyces cerevisiae* / S.T. Henderson, T.D. Petes // *Mol. Cell. Biol.* – 1992. – V. 12. – P. 2749–2757.
15. Menotti-Raymond, M. Genetic Individualization of Domestic Cats Using Feline STR Loci for Forensic Applications / M. Menotti-Raymond, V.A. David, J.C. Stephens, L.A. Lyons, S.J. O'Brien // *Journal Of Forensic Sciences*. – 1997. – V. 42 (6). – P. 1039–1051.
16. Menotti-Raymond, M. An STR Forensic Typing System for Genetic Individualization of Domestic Cat (*Felis catus*) Samples / M.A. Menotti-Raymond, V.A. David, L.A. Lyons, L. Wachter, J.M. Butler, S.J. O'Brien // *J.Forensic.Sci.* – 2005. – Vol. 50 (5). – P. 1061–1070.
17. Lipinski M.J. An international parentage and identification panel for the domestic cat (*Felis catus*) / Y. Amigues, M. Blasi, T.E. Broad, C. Cherbonnel, G.J. Cho, S. Corley, P. Daftari, D.R. Delattre, S. Dileanis, J.M. Flynn, D. Grattapaglia, A. Guthrie, C. Harper, P.L. Karttunen, H. Kimura, G.M. Lewis, M. Longeri, J.C. Meriaux, M. Morita, R.C. Morrin-O'donnell, T. Niini, N.C. Pedersen, G. Perrotta, M. Polli, S. Rittler, R. Schubert, M.G. Strillacci, H. Van Haeringen, W. Van Haeringen, L.A. Lyons // *Anim Genet.* – 2007. – V. 38 (4). – P. 371–377.

УДК 577.391:517.4; 615.9:533.16

Аспекты поступления ^{137}Cs и ^{90}Sr в доминирующие виды высших водных растений водоемов различного типа зоны отчуждения ЧАЭС

С.А. КАЛИНИЧЕНКО

Представлены результаты многолетних исследований накопления ^{137}Cs и ^{90}Sr высшей водной растительностью на территории зоны отчуждения ЧАЭС. Проанализированы уровни содержания радионуклидов и установлены особенности их поведения в донных отложениях и гидрофитах водоемов различных типов, определены коэффициенты концентрирования (K_k) и $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношение, установлены видовые особенности накопления ^{137}Cs и ^{90}Sr , рассмотрены процессы сезонной и многолетней динамики. Отмечены существенные различия в накоплении радионуклидов высшими гидрофитами разных экологических групп.
Ключевые слова: высшая водная растительность, донные отложения, радионуклиды (^{137}Cs , ^{90}Sr).

The results of perennial researches of accumulation ^{137}Cs and ^{90}Sr by the highest aquatic vegetation of Chernobyl NPP exclusion zone are presented. Levels of the accumulation of radionuclides are analysed and features of their behavior in bottom sediments and hydrophytes of waterbodies of various type are positioned, concentrating factor (F_c) and $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ ratio are defined, specific features in accumulation ^{137}Cs and ^{90}Sr , processes of seasonal and perennial dynamics are considered. Considerable distinctions in accumulation of radionuclides by the highest hydrophytes of different ecological groups are noted.
Keywords: highest aquatic vegetation, bottom sediments, radionuclides (^{137}Cs , ^{90}Sr).

Введение. В последнее десятилетие в почвах зоны отчуждения отмечена тенденция увеличения выхода мобильных форм радионуклидов, которые с поверхностным стоком поступают в гидрологическую сеть или локализуются в бессточных замкнутых водных системах, где быстро включаются в биотический круговорот. Таким образом, загрязненные территории можно рассматривать как открытые источники поступления радиоактивности в водные объекты, формирующие хроническое воздействие ионизирующего излучения на представителей биоты, в частности на представителей водных экосистем [1]–[4].

Многофакторность процессов происходящих в пресноводных экосистемах отражается на интенсивности накопления радионуклидов различными систематическими группами гидробионтов, что создает условия постоянного радиационного пресса и, соответственно, способствует развитию радиобиологических и генетических эффектов. Наблюдение за динамикой накопления радионуклидов позволит оценить степень такого влияния и последствия для каждой группы пресноводных организмов.

Оценка динамических процессов перераспределения радионуклидов, происходящих в водных биоценозах сопряжена с рядом сложностей, связанных со значительными колебаниями гомеостаза экосистемы и особенностями биологии водных организмов. При попадании в водные биоценозы радионуклиды неравномерно накапливаются отдельными компонентами экосистем, при этом особенности распределения их по компонентам обусловлены характеристиками конкретного водоема [5].

Концентрация радиоактивных элементов в гидробионтах, как правило, значительно выше, чем в воде. Способность радионуклидов избирательно накапливаться в различных компонентах водных экосистем приводит к тому, что даже при полной пригодности воды для питья содержание их в гидробионтах может быть в тысячи раз выше [6]. При этом часто высшие водные растения (ВВР) являются доминирующим по биомассе объектом экосистемы, способным активно аккумулировать радионуклиды, играя важную роль в процессах их перераспределения по компонентам водоема [7].

Параметры миграции радионуклидов чернобыльского происхождения и величины их накопления ВВР могут варьировать в широких пределах. В связи с разнообразием занимаемых экологических ниш и существенными различиями в условиях питания, высшие гидрофиты даже в пределах своей группы обладают высокой видоспецифичностью и избирательностью в накоплении радионуклидов.

Материалы и методы исследований. Исследования были проведены на территории Полесского государственного радиационно-экологического заповедника в 2008–2015 гг. В качестве

модельных водоемов были использованы: пойменное озеро Персток, старица р. Припять и русло Погонянского канала в районе н.п. Борщевка. Все экосистемы расположены в южной части заповедника вблизи белорусско-украинской границы на расстоянии 10–13 км от ЧАЭС.

Объектом исследования служили водные макрофиты принадлежащие к 4 экологическим группам в зависимости от места их произрастания: I – плавающие по поверхности водоема, не укореняющиеся; II – укорененные, с плавающими на поверхности листьями; III – укорененные, погруженные в толщу воды; IV – укорененные, с надводными листьями. Были проанализированы 10 видов доминирующих гидрофитов, произрастающих на оз. Персток (по 3 вида включала I и IV группы, по 2 – II и III группы), 5 видов, произрастающих на старице р. Припять (2 вида включала IV группа и 3 – II группа) и 8 видов, произрастающих на Погонянском канале (1 вид I группы, 3 – включала IV и по 2 – II и III группы). Сроки вегетации исследуемых видов ВВР в течение всего периода наблюдений практически не отличались [8], [9] от установленных норм, характерных для юга республики.

Отбор сопряженных проб в 3-кратной повторности для каждого вида проводили в течение вегетационного периода с мая по сентябрь с определением сырого веса. Для анализа отбирали, в зависимости от вида, либо растение полностью (наземная часть и корни), либо только наземная часть, если корни не доступны и ополаскивали от остатков донного грунта и ила. Растительные образцы измельчали до кусочков 1–2 см и помещали в полиэтиленовые пакеты. Отбор проб донного грунта проводили пробоотборником цилиндрической формы диаметром 7 см и помещали в пластиковые бутылки, как и пробы воды.

В лабораторных условиях растительные пробы и донный грунт высушивали до воздушно-сухого состояния при $t = 20\text{--}25^\circ\text{C}$ и помещали в измерительные сосуды для последующего определения удельной активности ($A_{\text{уд.}}$) радионуклидов. Для определения ^{137}Cs был использован гамма-спектрометр Canberra (Canberra Industries, Inc., США) с многоканальным анализатором DSA 1000 и детектором из особо чистого германия с композитным углеродным окном, размещенный в свинцовом защитном блоке (модель 747E). Определение ^{90}Sr проводили инструментальным методом на γ -спектрометре «МКС-АТ 1315» (Атомтех, Беларусь). Для регистрации гамма-излучения применялся блок детектирования на основе сцинтилляционного кристалла NaI (Tl) цилиндрической формы диаметром и высотой, равными 63 мм, для регистрации бета-излучения использовался органический сцинтиллятор на основе полистирола, активированного паратерфинилом, диаметром 128 мм и высотой 9 мм. Концентрацию ^{137}Cs и ^{90}Sr в растениях рассчитывали в Бк/кг сухой массы, ошибка измерений находилась в пределах 20 %. В воде определяли содержание ^{137}Cs , ^{90}Sr и pH.

При анализе видовых особенностей накопления радионуклидов ВВР был рассчитан коэффициент концентрирования (K_k), как отношение удельной активности радионуклида в растении к удельной активности ^{137}Cs , ^{90}Sr в донных отложениях ($K_k = A_{\text{уд.раст.}} / A_{\text{уд.дон.}}$).

Для оценки видоспецифичности поступления радионуклидов в ВВР было использовано $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношение, рассчитываемое как отношение $A_{\text{уд.}}^{90}\text{Sr}$ к $A_{\text{уд.}}^{137}\text{Cs}$ в исследуемом растении. При биометрической обработке результатов проводилось определение статистических показателей общепринятыми методами [10] с использованием компьютерной обработки данных.

Результаты исследований. Накопление радионуклидов водными растениями зависит от нескольких факторов: степени загрязнения водоема (в первую очередь донных отложений), поглотительной способности видов, времени года, условий произрастания.

На основании многолетних наблюдений и анализа содержания долгоживущих радионуклидов в различных видах водных макрофитов нами были выявлены значительные отличия в накоплении ^{137}Cs и ^{90}Sr биомассой растений (таблица 1).

Таблица 1 – Содержание ^{137}Cs и ^{90}Sr в доминирующих видах ВВР, кБк/кг

Вид растения	Объем выборки (n)	^{137}Cs		^{90}Sr	
		$\bar{X} \pm S_{\bar{x}}$	Дов. интервал ($p < 0,001$) $Cs (< 3\text{--}5\%)^*$	$\bar{X} \pm S_{\bar{x}}$	Дов. интервал ($p < 0,001$) $Sr (< 3\text{--}5\%)^*$
		$x_{\text{min.}} - x_{\text{max.}} (n)$		$x_{\text{min.}} - x_{\text{max.}}$	
<i>оз. Персток</i>					
Многокоренник обыкновенный (<i>Spirodela polyrhiza</i> (L.) Schleid)	32	<u>4,94±0,06</u> 4,49-5,33	<u>4,74-5,15</u> 1,25	<u>18,88±0,89</u> 13,20-25,47	<u>15,95-21,81</u> 4,72

Окончание таблицы 1

Водокрас обыкновенный (<i>Hydrocharis morsus-ranae</i> L.)	31	$11,82 \pm 0,33$ 8,71-13,62	$10,74-12,90$ 2,48	$24,58 \pm 1,05$ 17,20-36,85	$21,11-28,05$ 4,29
Сальвиния плавающая (<i>Salvinia natans</i> L.)	16	$6,05 \pm 0,80$ 2,44-9,95	$3,43-8,66$ 13,17	$18,06 \pm 0,88$ 13,42-21,57	$15,18-20,95$ 4,85
Кубышка желтая (<i>Nuphar lutea</i> (L.) Smith)	39	$5,62 \pm 0,24$ 4,04-8,27	$4,82-6,41$ 4,30	$15,79 \pm 0,30$ 12,23-17,86	$14,80-16,77$ 1,90
Водяной орех плавающий, чилим (<i>Trapa natans</i> L.)	21	$7,88 \pm 0,48$ 5,02-10,35	$6,30-9,46$ 6,09	$16,53 \pm 1,22$ 10,25-21,51	$12,50-20,55$ 7,41
Уруть колосистая (<i>Myriophyllum spicatum</i> L.)	40	$6,39 \pm 0,34$ 4,42-11,28	$5,26-7,52$ 5,38	$19,46 \pm 0,63$ 12,34-25,43	$17,39-21,53$ 3,24
Телорез алоэвидный (<i>Stratiotes aloides</i> L.)	41	$5,35 \pm 0,35$ 3,35-9,50	$4,20-6,50$ 6,53	$25,85 \pm 0,58$ 18,33-30,87	$23,93-27,78$ 2,26
Тростник обыкновенный (<i>Phragmites australis</i> Cav.)	46	$2,20 \pm 0,11$ 0,59-2,89	$1,85-2,56$ 4,92	$1,47 \pm 0,12$ 0,62-2,81	$1,08-1,85$ 8,02
Аир болотный, обыкновенный (<i>Acorus calamus</i> L.)	48	$0,85 \pm 0,13$ 0,28-2,96	$0,42-1,27$ 15,31	$5,09 \pm 0,15$ 3,56-6,91	$4,58-5,60$ 3,04
Рогоз узколистный (<i>Typha angustifolia</i> L.)	55	$0,63 \pm 0,06$ 0,16-1,42	$0,44-0,83$ 9,44	$4,52 \pm 0,19$ 2,79-6,62	$3,91-5,13$ 4,11
<i> старица р. Припять </i>					
Кубышка желтая (<i>Nuphar lutea</i> (L.) Smith)	27	$0,85 \pm 0,03$ 0,68-1,18	$0,75-0,96$ 3,74	$0,28 \pm 0,01$ 0,21-0,33	$0,24-0,31$ 3,35
Водяной орех плавающий, чилим (<i>Trapa natans</i> L.)	3	$0,53 \pm 0,23$ 0,14-0,92	$0-1,27$ 42,22	$0,19 \pm 0,07$ 0,08-0,30	$0-0,40$ 35,14
Кувшинка белая (<i>Nymphaea alba</i> L.)	2	$2,28 \pm 0,15$ 2,13-2,42	$1,80-2,75$ 6,37	$0,38 \pm 0,02$ 0,36-0,39	$0,33-0,42$ 4,0
Тростник обыкновенный (<i>Phragmites australis</i> Cav.)	23	$0,12 \pm 0,01$ 0,09-0,15	$0,10-0,13$ 4,06	$0,45 \pm 0,02$ 0,25-0,61	$0,37-0,52$ 5,08
Осока острая (<i>Carex acuta</i> L.)	22	$0,76 \pm 0,11$ 0,22-1,25	$0,40-1,13$ 14,45	$0,10 \pm 0,004$ 0,09-0,12	$0,09-0,11$ 3,69
<i> русло канала «Погонянский» </i>					
Водокрас обыкновенный (<i>Hydrocharis morsus-ranae</i> L.)	3	$11,92 \pm 0,35$ 11,49-12,35	$10,76-13,08$ 2,95	$3,83 \pm 0,06$ 3,76-3,90	$3,64-4,02$ 1,49
Кувшинка белая (<i>Nymphaea alba</i> L.)	10	$5,40 \pm 0,30$ 4,29-7,13	$10,76-13,08$ 2,95	$0,35 \pm 0,02$ 0,29-0,45	$0,29-0,41$ 5,40
Рдест плавающий (<i>Potamogeton natans</i> L.)	2	$1,89 \pm 0,04$ 1,84-1,94	$1,73-2,05$ 2,65	$1,47 \pm 0,09$ 1,36-1,58	$1,11-1,83$ 7,48
Уруть колосистая (<i>Myriophyllum spicatum</i> L.)	2	$7,43 \pm 0,11$ 7,29-7,57	$6,97-7,89$ 1,88	$2,21 \pm 0,08$ 2,11-2,30	$1,89-2,52$ 4,31
Телорез алоэвидный (<i>Stratiotes aloides</i> L.)	2	$1,46 \pm 0,04$ 1,41-1,51	$1,30-1,62$ 3,42	$3,22 \pm 0,07$ 3,13-3,31	$2,92-3,52$ 2,80
Тростник обыкновенный (<i>Phragmites australis</i> Cav.)	13	$1,05 \pm 0,22$ 0,57-2,55	$0,33-1,77$ 20,73	$0,87 \pm 0,10$ 0,62-1,66	$0,55-1,18$ 11,05
Осока береговая (<i>Carex riparia</i> Curt.)	9	$1,69 \pm 0,54$ 0,19-4,01	$0-3,48$ 32,31	$0,94 \pm 0,41$ 0,20-2,36	$0-2,29$ 43,88
Рогоз узколистный (<i>Typha angustifolia</i> L.)	13	$0,10 \pm 0,01$ 0,08-0,11	$0,08-0,11$ 6,19	$2,86 \pm 0,20$ 2,35-3,37	$2,20-3,52$ 6,99

Примечание: * – показатель точности определения выборочной средней

Как видно из представленных данных, наименьшими абсолютными значениями содержания радионуклидов обладали растения старицы реки, что связано с более низкими уровнями загрязнения донных отложений и промывным характером акватории.

Данные исследования позволили выделить виды концентраторы и антагонисты исследуемых радионуклидов. Так наиболее высокие абсолютные величины содержания ^{137}Cs и ^{90}Sr в течение всего периода наших наблюдений на оз. Персток были характерны для водокраса обыкновенного (^{137}Cs – 13,6 кБк/кг; ^{90}Sr – 36,9 кБк/кг) и многокоренника (в отношении ^{90}Sr), принадлежащих к I экологической группе. Растения IV группы отличились наименьшими значениями: в отношении ^{137}Cs – рогоз (0,16 кБк/кг), ^{90}Sr – тростник (0,62 кБк/кг). В разные периоды высокую степень накопления показали погруженные в толщу воды растения III экологической группы (уруть, телорез) и водяной орех II группы.

Полученные результаты значений средних величин, как видно из представленных данных, не всегда репрезентативно отражают представленные выборки. Это связано со значительной внутривидовой вариабельностью накопления радионуклидов гидрофитами. Также существенно варьировало и максимальное содержание ^{137}Cs и ^{90}Sr в вегетационные периоды разных лет в зависимости от экологической группы. Это подтверждается высокими значениями стандартного отклонения и коэффициента вариации. В качестве примера приводятся данные, полученные на оз. Персток в 2009 году, когда данному вопросу уделялось наибольшее внимание, и спектр исследуемых видов ВВР был максимальным (таблица 2).

Таблица 2 – Содержание ^{137}Cs и ^{90}Sr в различных группах ВВР оз. Персток (сезон 2009 г.), кБк/кг

Параметры	Экологические группы							
	I		II		III		IV	
	^{137}Cs	^{90}Sr	^{137}Cs	^{90}Sr	^{137}Cs	^{90}Sr	^{137}Cs	^{90}Sr
Среднее за сезон (\bar{x}), кБк/кг	8,7	25,3	6,2	17,3	12,9	28,8	1,2	4,4
Стандартное отклонение (σ), ±	3,8	9,8	2,4	5,5	11,0	6,0	2,1	2,6
Коэффициент вариации (V), %	44,0	38,6	39,4	31,7	85,0	20,9	172,4	60,3

Анализ содержания ^{137}Cs , ^{90}Sr в донных отложениях трех различных водоемов ближней зоны показал достоверно ($p < 0,001$) более высокие значения уровней удельной активности цезия в каждом из них. Однако среднее содержание ^{137}Cs в группе доминирующих видов ВВР из оз. Персток было в 2 раза ниже по сравнению со ^{90}Sr (рисунок 1).

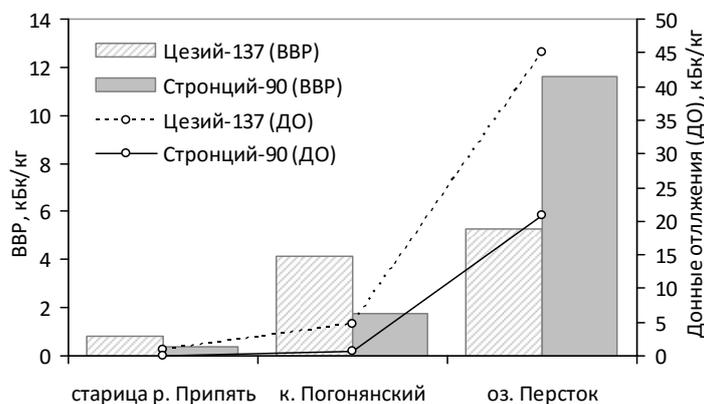


Рисунок 1 – Содержание ^{137}Cs и ^{90}Sr в донных отложениях и ВВР (сезон 2010 г.), кБк/кг

В воде оз. Персток отмечено и более низкое значение рН. Данная зависимость естественно связана рядом факторов с другими компонентами водоема, что не может не отражаться на перераспределении радионуклидов внутри гидробиоценоза. Для замкнутых водоемов, экосистема которых подвержена так называемому старению (заболачиванию), интенсивность освещения и рН среды могут являться немаловажными факторами поведения техногенных элементов.

Проанализировав, полученные за несколько лет сопряженные данные уровней удельной активности и рН воды трех модельных водоемов ближней зоны ЧАЭС, наблюдаем характерную тенденцию увеличения содержания ^{137}Cs , ^{90}Sr в воде при снижении водородного показателя (рисунок 2).

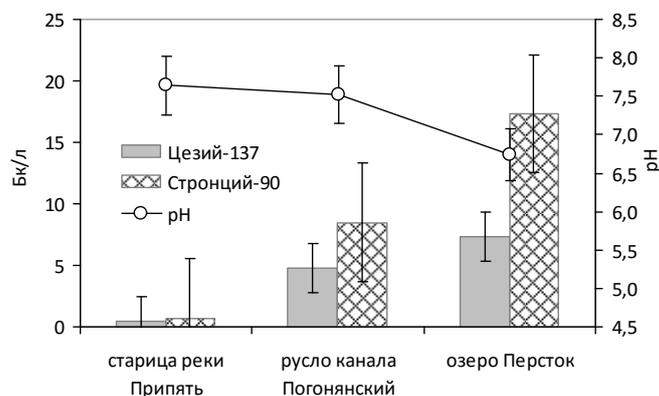


Рисунок 2 – Зависимость содержание радионуклидов в воде (Бк/л) от рН (средние за весь период наблюдений)

Постепенные процессы эвтрофикации вызывают повышение количества гуминовых и фульвокислот, что ведет к снижению pH среды, усилению десорбции радионуклидов и переход их в растворенное состояние, меняя химические свойства, что в особенности касается ^{90}Sr . Если стронций является активным элементом и образует ряд растворимых в воде соединений, то одновалентный цезий, входя в состав двойных и комплексных соединений, способен прочно закрепляться в глинистых минералах, откуда плохо поступает в корни растений. По данным Ф.Я. Ровинского, отношение подвижности ^{90}Sr к ^{137}Cs для непроточных водоемов составляет 1:0,12 [11]. Компоненты речных экосистем характеризовались наиболее низким содержанием радионуклидов, что связано с процессами естественного самоочищения донных отложений. За годы, прошедшие с момента аварии, донные отложения данных водоемов перестали играть существенную роль вторичного источника загрязнения водных масс и биоты. Особое значение здесь имеют паводки и периоды весенних половодий. В настоящее время основное поступление радионуклидов в речные системы происходит в результате смыва с водосборных территорий и притока из более загрязненных водных объектов.

Необходимо отметить, что на формирование уровней накопления радионуклидов гидробионтами в замкнутых водоемах, в отличие от речных систем, влияет также и процесс увеличения части радионуклидов, которая задерживается в экосистеме и депонируется в донных отложениях, что приводит к цикличности и вторичному загрязнению водных масс и увеличению удельной активности радионуклида в компонентах водного биоценоза.

При оценке сезонной динамики изменения удельной активности в высшей водной растительности была отмечена тенденция увеличения содержания ^{137}Cs и ^{90}Sr к окончанию вегетационного периода в I – III экологических группах и снижение к началу периода увядания (сентябрь). В отношении IV группы характерна обратная динамика. Темпы поступления ^{90}Sr в высшие водные растения, как правило, выше, чем ^{137}Cs по сравнению с периодом начала роста. Тенденция увеличения содержания радионуклидов в ВВР в течение сезона связана с высокой меристематической активностью тканей растений в летний вегетационный период. Когда физиологические процессы замедляются, уменьшается и осмотический ток минеральных веществ, в том числе и поступление их радиоактивных аналогов, в ткани вегетирующих растений (рисунок 3).

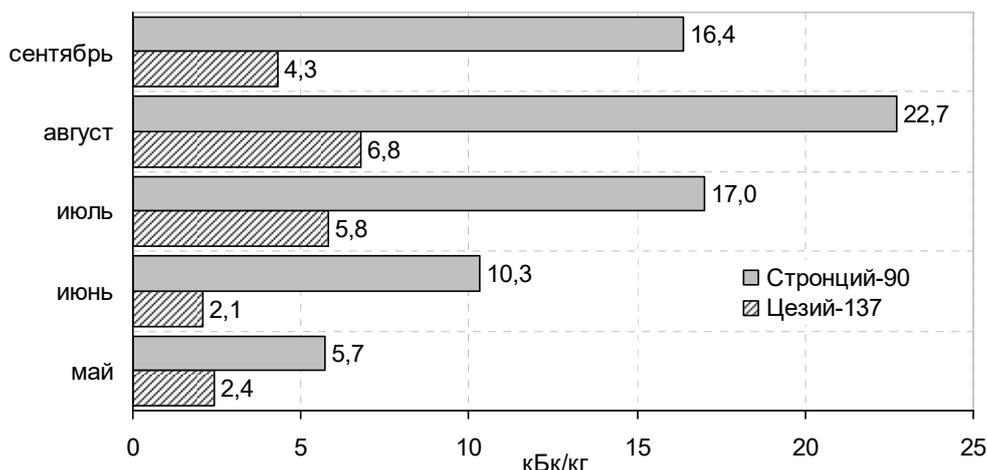


Рисунок 3 – Динамика среднемесячной $A_{уд}$ радионуклидов в ВВР оз. Персток (сезон 2009 г.), кБк/кг

Мониторинг сезонной динамики накопления радионуклидов ВВР проводился с 2009 по 2015 гг. и полученная зависимость оказалась характерной для замкнутой озерной экосистемы на протяжении ряда лет. Анализ показал, что отклонения от полученной картины являются несущественными, так как перекрываются внутривидовыми колебаниями изменения содержания радионуклидов в гидрофитах.

На основании многолетних исследований, были установлены K_k ^{137}Cs и ^{90}Sr доминирующими видами ВВР для замкнутой экосистемы пойменного озера, что позволяет объективно оценить индивидуальные видовые особенности накопления радионуклидов (рисунок 4).

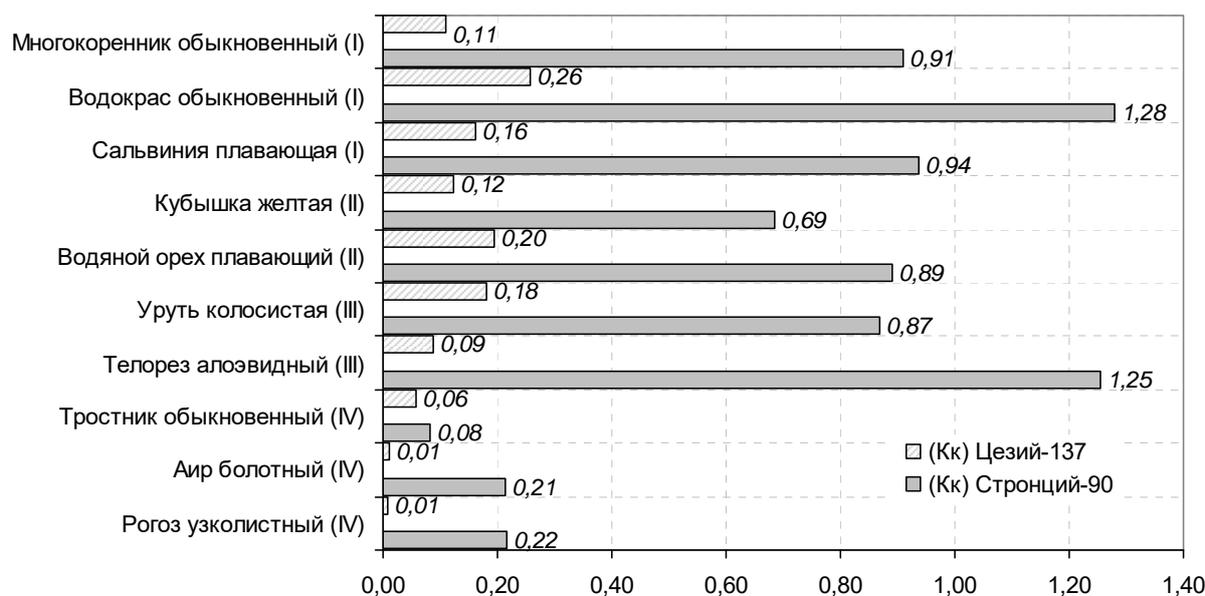


Рисунок 4 – K_k ^{137}Cs и ^{90}Sr для ВВР оз. Персток (средние за весь период наблюдений)

Необходимо также отметить, что сравнительный анализ K_k ^{137}Cs и ^{90}Sr доминирующими видами ВВР указывает на обратную зависимость их от степени загрязнения донных отложений.

Поведение радионуклидов в различных типах водных экосистем может существенно отличаться. Как правило, это связано с рядом факторов биотической и абиотической природы. Факторы биотической природы определяются индивидуальными физиологическими и экологическими особенностями видов, населяющих водоем. Абиотические факторы включают в себя гидродинамические и химические процессы, происходящие в разных водоемах по-разному и связанные непосредственно с погодно-климатическими и топографическими особенностями. Только рассматривая все эти факторы в совокупности можно оценить процессы, происходящие при трансформации радионуклидов в компонентах водных экосистем.

$^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношение отражает склонность того либо иного растения к накоплению определенного радионуклида. По полученным нами данным $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношение для разных видов ВВР, произрастающих на водоемах ближней зоны радиоактивных выпадений, может различаться в десятки раз. В целом $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношение по исследуемым водоемам зоны отчуждения составило 4,5. Наименьшим значением $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношения (2,8) отличались водные макрофиты старицы р. Припять, наибольшим – растения Погонянского канала (5,6). В ранний послеаварийный период $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношение не превышало 0,17. На различных водоемах подтверждается избирательность накопления ^{90}Sr рогозом узколистным, максимальная разница между поступлением ^{137}Cs и ^{90}Sr в 40,2 раза была характерна для растений, произрастающих на Погонянском канале. В зависимости от принадлежности растений к экологической группе различий в значениях $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношения не обнаружено, разница в приоритете накопления того или иного радионуклида определяется в большей степени видовыми особенностями.

На текущем этапе исследований был проведен анализ флюктуации содержания ^{137}Cs и ^{90}Sr в мониторинговых видах макрофитов различных экологических групп, оценены прогнозные и ретроспективные аспекты развития ситуации. Существенных отклонений от установленных нами ранее зависимостей обнаружено не было. Как и предыдущие годы, на данном этапе наблюдается существенно большее (до 30 раз) накопление ^{90}Sr в доминирующих видах гидробионтов оз. Персток по сравнению с ^{137}Cs . Водоемы другого типа (старица реки и русло бывшего мелиоративного канала), рассматриваемые нами, такой четкой зависимости не имеют.

При анализе многолетней динамики накопления радионуклидов ВВР прослеживается явная тенденция снижения содержания ^{137}Cs в гидрофитах с течением времени, прошедшего с момента черновыльских выпадений. В отношении же ^{90}Sr картина, в большинстве случаев, противоположна.

Заключение. Высшие гидрофиты, являясь важной составляющей водных экосистем, остаются аккумуляторами радиоактивных веществ на территории зоны отчуждения Чернобыль-

ской АЭС. Проведенные нами исследования закономерностей накопления ^{137}Cs и ^{90}Sr ВВР позволили установить ряд особенностей поведения их в водоемах зоны отчуждения. Были проанализированы уровни содержания радионуклидов в ВВР, установлены коэффициенты концентрирования и $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношения, рассмотрены процессы сезонной и многолетней динамики. Полученные параметры накопления ^{137}Cs и ^{90}Sr ВВР указывают на существенные различия в накоплении радионуклидов гидрофитами различных экологических групп. Установлена более высокая подвижность ^{90}Sr по сравнению с ^{137}Cs в компонентах водных биоценозов, что подтверждается более высокими значениями K_k , $^{90}\text{Sr}/^{137}\text{Cs}$ отношения, темпами накопления (до 4 раз) и снижения (до 1,6 раза) ^{90}Sr в течение сезона в высшей водной растительности. Проведение систематических мониторинговых наблюдений за поведением радионуклидов в гидробиоценозах зоны отчуждения позволит строить долгосрочные прогнозы и предсказывать в дальнейшем динамику развития радиоэкологической обстановки на водоемах.

Литература

1. Радиоэкологические проблемы водных экосистем в Чернобыльской зоне отчуждения / Д.И. Гудков [и др.] // Радиационная биология. Радиоэкология. – 2009. – Т. 49, № 2. – С. 192–202.
2. Параметры снижения удельной активности ^{137}Cs в гидробионтах, обитающих в водоемах разного типа / Е.Н. Волкова [и др.] // Радиационная биология. Радиоэкология. – 2009. – Т. 49, № 2. – С. 207–211.
3. Казаков, С.В. Об оценке радиационного качества донных отложений водных объектов / С.В. Казаков, С.С. Уткин // Радиационная биология. Радиоэкология. – 2009. – Т. 49, № 2. – С. 219–227.
4. Вакуловский, С.М. Динамика загрязнения ^{137}Cs озера Кожановское в постчернобыльский период / С.М. Вакуловский [и др.] // Радиационная биология. Радиоэкология. – 2009. – Т. 49, № 2. – С. 203–206.
5. Тряпицына, Г.А. Реакции биоценозов водных экосистем на хроническое радиационное воздействие : дис. ... докт. биол. наук : 03.01.01 / Г.А. Тряпицына. – М., 2011. – 225 с.
6. Куликов, Н.В. Радиоэкология пресноводных биосистем / Н.В. Куликов, М.Я. Чеботина. – Свердловск : УрО АН ССР, 1988. – 128 с.
7. Левина, С.Г. ^{90}Sr и ^{137}Cs в высших водных растениях некоторых водоемов Восточно-Уральского радиоактивного следа: видоспецифичность концентрирования / С.Г. Левина [и др.] // Радиационная биология. Радиоэкология. – 2006. – Т. 46, № 5. – С. 597–604.
8. Гигевич, Г.С. Высшие водные растения Беларуси: Эколого-биологическая характеристика, использование и охрана / Г.С. Гигевич, Б.П. Власов, Г.В. Вынаев. – Минск : БГУ, 2001. – 231 с.
9. Парфенов, В.И. Флора и растительность Полесского государственного радиационно-экологического заповедника / В.И. Парфенов [и др.]. – Мозырь : ООО ИД «Белый Ветер», 2002. – 112 с.
10. Лакин, Г.Ф. Биометрия: учеб. пособие для биологич. спец. вузов / Г.Ф. Лакин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. школа, 1980. – 293 с.
11. Ровинский, Ф.Я. Распределение стронция-90 и некоторых других долгоживущих продуктов между компонентами непроточных водоёмов / Тр. Института прикладной геофизики. Глобальное загрязнение внешней среды радиоактивными продуктами ядерных взрывов. – М. : Гидрометеиздат, 1976. – Вып. 8. – С. 58.

Государственное природоохранное
научно-исследовательское учреждение
«Полесский государственный
радиационно-экологический заповедник»

Поступила в редакцию 25.01.2016

УДК 502.51(285)(477.53)

The structural analysis of the flora of water bodies of Poltava city

YE.V. KLEPETS

The species composition of the flora of water bodies and watercourses of Poltava city (174 species of higher macrophytes) was clarified and its structural analysis was carried out. The leading role of synanthropization processes of riparian biotopes in the forming of water bodies floristic diversity was noted. The typical and specific features of aquatic flora, related with natural conditions and anthropogenical influence on the urbanized area, were determined. Among 55 species of higher aquatic flora 2 ones are new for the researched region.

Keywords: flora of water bodies, aquatic flora, higher plants, structural analysis, urbanized area, Poltava city.

Установлен видовой состав флоры водоемов и водотоков г. Полтавы (174 видов высших макрофитов) и проведен ее структурный анализ, отмечена ведущая роль процессов синантропизации околоводных местопрорастаний в формировании разнообразия флоры водных объектов. Выделены типичные и особенные черты водной флоры в связи с природными условиями и антропогенным влиянием на урбанизированной территории. Среди 55 видов водной флоры 2 являются новыми для района исследований.

Ключевые слова: флора водных объектов, водная флора, высшие растения, структурный анализ, урбанизированная территория, г. Полтава.

Introduction. The intensity of human impact on natural systems is particularly high in urban areas. One of the main, but also the most vulnerable and often not sufficiently investigated components of urban landscape are polytypic water bodies, which ecosystems are constantly deteriorating. In conditions of urbanization it is caused by both direct (pollution of water, hydrotechnical constructions, recreation) and indirect (transformation of catchment areas) forms of anthropogenic influence. The reactions of autotrophic component of urban hydroecosystems, first of all communities of higher aquatic vegetation, are the most typical markers of environmental violations. This is reflected in disproportionate overgrowth of water areas, depletion of phytobiota's species and coenotic composition, growth of filamentous algae coenotical activity etc. The first stage in cognition the ecological state of urban reservoirs and streams is the study of their flora.

The study of vegetation of urban water bodies was carried out in the cities of Kyiv (by G.A. Karpova, L.N. Zub, A.L. Savitsky, D.V. Dubyna et al.), Lvov (R.N. Danylyk), Samara (V.V. Solovyova), Rybinsk (O.G. Krylova), Tomsk (I.V. Sukhanova), towns of Udmurtia (O.A. Kapitonova) and some others.

The aim of this work is structural analysis of higher flora of Poltava city water bodies.

The literature with scattered data on the flora and vegetation of water bodies in the city of Poltava was accumulated. The most complete study of flora and vegetation of the city and its suburban neighborhoods was held in the first quarter of the 20th century by S.O. Illytchevsky, who among of 972 identified species of vascular plants noted 26 species of aquatic and 48 ones of riparian habitats [1]. At present stage some data on the flora of Poltava city presented in floristic summaries by natural [2] and administrative [3], [4] regions, as well as in materials of researches of urbanoflora of Poltava [5]. However, no special study of the flora of Poltava water bodies and streams until recently was conducted.

Materials and methods. Poltava (49°15' N 34°33' E) is the administrative center of the Poltava region, significant industrial and cultural center of the Middle Dnieper Area. The city area is 103,5 km² and the number of its population is 295,0 thousand people (2015). According to geobotanical zoning [6], the city is located within the Dykan'sko-Kotelevsky geobotanical region, the Romensko-Poltavsky geobotanical district, the Left-Bank Dnieper Area subprovince, the Eastern Europe province, Euro-Siberian Forest-Steppe area.

The hydrographic network of Poltava city is based on the average river Vorskla with the system of its small tributaries, most of which are regulated by dams. Our survey covered 22 water bodies of different types: the average river (urbanized segment of the river Vorskla about 9 km in length), the

small river, the ox-bow lake, the quarry-type reservoirs, earth reservoirs and ponds. Floristic data collection occurred during field seasons 2011–2013 by traditional methods [7]. According to the conventional approach [8], [9], [10], we have studied flora of water bodies in a broad sense as a totality of species of aquatic and coastal plants that come in into the water, i. e., growing not only in water but also on dry off shallow water and on the shore in the temporary flooding zone.

Results and their discussions. Researched flora of urban waterbodies and watercourses of Poltava includes 174 species of higher plants from 115 genera, 52 families and 37 orders, 5 classes, 4 divisions. Higher spore plants are presented by 5 species (2,9 %) from 3 divisions (*Briophyta* – 1, *Equisetophyta* – 3, *Polypodiophyta* – 1), angiosperms – by 169 species, including 111 species (63,8 %) – *Magnoliopsida*, 58 species (33,3%) – *Liliopsida*. Vascular plants are 173 species, representing 10,8 % of the Left Bank Dnieper Area's flora [2] and 29,4 % of urbanoflora of Poltava city [5].

In accordance with the ecological classification of V.G. Papchenkov [9], studied flora represented by five ecotypes (table 1): hydrophytes – 25 species (14,4 %), helophytes – 13 species (7,4 %), hygrophelophytes – 17 (9,8 %), hygrophytes – 55 (31,6 %), hygromeso- and mesophytes – 64 species (36,8 %). Thus, aquatic flora that formed by plants of first three ecotypes, together account for 55 species, or 31,6 % of the flora list. While the species of coastal flora, that only indirectly related to the aquatic environment (hygrophytes, hygromeso- and mesophytes), significantly prevail (119, or 68,4 % of the flora list).

Table 1 – The ecological structure of higher flora of water bodies of Poltava city

Group of ecotypes	Ecotype, ecological group	Number of species		
		absolute	% of flora of water bodies	% of aquatic flora
True aquatic plants	<i>Hydrophytes</i>	25	14,4	45,5
	Aquatic mosses	1	0,6	1,8
	Hydrophytes free floating in the water	5	2,9	9,1
	Rooted submerged hydrophytes	11	6,3	20,0
	Rooted hydrophytes with leaves floating on the water	4	2,3	7,3
	Hydrophytes free floating on the water	4	2,3	7,3
Riparian-aquatic plants	<i>Helophytes (air-water plants)</i>	13	7,4	23,6
	Low-grass helophytes	6	3,4	10,9
	High-grass helophytes	7	4,0	12,7
	<i>Hygrohelophytes (water's edge plants)</i>	17	9,8	30,9
Total of aquatic flora		55	31,6	100,0
Coastal plants	<i>Hygrophytes</i>	55	31,6	–
	<i>Hygromeso- and mesophytes</i>	64	36,8	–
Total of flora of water bodies		174	100,0	–

However, according to some authors [11], [10], the share of coastal component in the flora of natural reservoirs normally does not exceed 40–50 %, i. e. the disproportion between aquatic and coastal components for the flora of water bodies of Poltava city is approximately 8–18 %. The explanation for this, in our view, may be two reasons.

Firstly, it is the prevalence among the studied water bodies typical for the urbanized landscape small artificial reservoirs (ponds, earth reservoirs) and gain the influence of heterogeneous conditions of ecotonic zone in the formation of floral diversity of hydroecosystems, which aquatic environment is more unvaried (a small water volume, simple bottom relief, sharp drop of depths) and often less favorable in their hydrological (emergency water level fluctuations) and hydrochemical (high contamination with low water exchange) features. This is confirmed by the similarity in the distribution of species by ecotypes for studied flora and floras of small artificial water bodies in certain areas within the temperate zone of the Russian Federation [8], [12] (table 2).

Table 2 – The ecological spectra of floras of Poltava city water bodies (A), pasture earth reservoirs of Yaroslavl region (B, [8]) and technical and natural reservoirs of the Middle Volga Area (C)

Ecotype	Relative number of species (%)		
	A	B	C
Hydrophytes	14,4	12,3	20,1
Helophytes	7,4	7,7	7,3
Hygrohelophytes	9,8	16,1	5,2
Total of aquatic flora	31,6	36,1	32,6
Hygrophytes	31,6	38,1	34,9
Hygromeso- and mesophytes	36,8	25,8	32,5
Total of coastal flora	68,4	63,9	67,4
Total of flora of water bodies	100,0	100,0	100,0

Secondly, the high species diversity of coastal flora caused by the participation of more xerophilous synanthropic plants, that actively capture the secondary habitats widespread in the urban environment on the area of temporary flooding (due to trampling, breeding bonfires, resettlement places for fishing and other infringement of natural vegetation cover). The part of synanthropic species increases sharply from ecotypes of aquatic flora to ecotypes of coastal flora (table 3). It indicates on xerophytization processes of natural coastal flora under the influence of human activities [13].

Table 3 – The ecological structure of synanthropic component of higher flora of water bodies of Poltava city

Ecotype	Aquatic flora			Coastal flora	
	Hydrophytes	Helophytes	Hygro-helophytes	Hygrophytes	Hygromeso- and mesophytes
Synanthropic component					
Apophytes	–	–	–	16	33
Alien species	1	1	1	8	18
Archaeophytes	–	–	1	2	6
Kenophytes	1	1	–	6	12
Total	1	1	1	24	51
	3			76	

To enable more adequate comparison of floras of various water objects is important a study and structural analysis of not only the full list of plants, but first of all that its part, which combines species of aquatic flora immediately (in the understanding of V.G. Papchenkov [9]) – true aquatic plants (hydrophytes) and riparian-aquatic plants (helophytes and hygrophelophytes). The plants of these ecotypes in the flora of water bodies are the most dependent on the state of aquatic environment, so they can reflect ecological status of aquatic ecosystems and their main ecological processes.

The systematic structure of higher aquatic flora of water bodies of Poltava city is presented by 55 species, which belong to 36 genera, 25 families, 19 orders, 5 classes, 4 divisions – *Briophyta*, *Equisetophyta*, *Polypodiophyta* (by one species) and *Magnoliophyta* (52 species, or 94,5 %), among that 15 species (27,3 %) are dicotyledonous and 37 species (67,3 %) are monocotyledonous.

Thus, the proportion of monocotyledonous and dicotyledonous is approximately 1:2, which is quite typical for hydrophylic flora [14]. Vascular plants are 54 species, which represents 75,0 % of selected by us the aquatic component of flora the city of Poltava and its surroundings [1], and 50,5 % of the flora of the Left-bank Forest-steppe reservoirs.

Ratio of families, genera and species of studied higher aquatic flora determines its proportion as 1:1,44:2,2 and describes it as a relatively young and poorly differentiated, which is also reflected in the range of leading families and genera. Thus, in the six leading families there are 29 species, or 52,7 % of studied aquatic flora: *Cyperaceae* (8 species), *Potamogetonaceae* (7), *Poaceae* (5), *Lemnaceae*, *Lentibulariaceae*, *Typhaceae* (by 3 species). Another 7 families contain on 2 species (25,5 % of aquatic flora), the remaining 12 families have only by one species and form 21,8 % of aquatic flora. This distribution of families at the first three ranked places fully corresponds to aquatic flora of water bodies of Tomsk [15], situated in zone of subtaiga, what emphasize the azonal

character of aquatic floras and similar way of their formation in conditions of urbanized environment. The qualitative composition of the first three families (without rank accordance) coincide with those for hydrophylic flora of the Lvov city [16], as well as flora of the Left-bank Forest-steppe reservoirs [12].

In genera spectrum there are four leading ones, which represented by 18 species, or 32,7 % of studied aquatic flora: *Potamogeton* (7 species), *Carex* (5), *Utricularia*, *Typha* (by 3 species); 5 genera have by 2 species (*Myriophyllum*, *Sium*, *Phragmites*, *Lemna*, *Sparganium*) – they account for 10 species, or 18,2 %; most genera (27) contain only one species, forming 49,1 %.

Ecologically among ecotypes of studied aquatic flora the true aquatic plants (hydrophytes, or fraction of «water core») naturally dominate (25 species, 45,5 %). The only representative of aquatic mosses is *Drepanocladus aduncus* (Hedw.) Warnst. Among vascular true water plants the group of rooted submerged hydrophytes quantify prevails (*Batrachium trichophyllum* (Chaix) Bosch, *Myriophyllum spicatum* L., *M. verticillatum* L., *Potamogeton crispus* L., *P. lucens* L., *P. pectinatus* L., *P. perfoliatus* L., *P. trichoides* Cham. & Schlecht., *Elodea canadensis* Michx., *Caulinia minor* (All.) Coss. & Germ., *Najas major* All.) – 11 species, or 20,0 %. The ecological group of submerged hydrophytes free floating in the water (*Ceratophyllum demersum* L., *Utricularia australis* R. Br., *U. minor* L., *U. vulgaris* L., *Lemna trisulca* L.) presented by 5 species, or 9,1 % of studied aquatic flora. There is equal number of species in ecological groups of rooted hydrophytes with leaves floating on the water (*Nuphar lutea* (L.) Smith, *Persicaria amphibia* (L.) Delarbre f. *aquatica*, *Potamogeton natans* L., *P. nodosus* Poir.) and hydrophytes free floating on the water (*Salvinia natans* (L.) All., *Hydrocharis morsus-ranae* L., *Lemna minor* L., *Spirodela polyrrhiza* (L.) Schleid.) – by 4 species, or by 7,3 %. In part of detected species of «water core» of the flora the indicators of eutrophic low flow water, prone to waterlogging, prevail [17].

The ecological type of helophytes, or air-water plants, is the least numerous in studied flora and contains 13 species (23,6 %), including 6 species (10,9 %) from the group of low-grass helophytes (*Equisetum fluviatile* L., *Butomus umbellatus* L., *Alisma plantago-aquatica* L., *Sagittaria sagittifolia* L., *Sparganium emersum* Rehman, *S. erectum* L.) and 7 species (12,7 %) from the group of high-grass helophytes (*Scirpus lacustris* L., *Glyceria maxima* (C. Hartm.) Holmberg, *Phragmites altissimus* (Benth.) Nabile., *Ph. australis* (Cav.) Trin. ex Steud., *Typha angustifolia* L., *T. latifolia* L., *T. laxmanii* Lepech.).

The ecological type of hygrophelophytes, water's edge plants, presented by 17 species (30,9 % of studied flora) (*Rumex hydrolapathum* Huds., *Rorippa amphibia* (L.) Besser, *Lythrum salicaria* L., *Sium latifolium* L., *S. sisaroides* DC., *Veronica anagallis-aquatica* L., *Iris pseudacorus* L., *Bolboschoenus maritimus* (L.) Palla, *Carex acuta* L., *C. acutiformis* Ehrh., *C. pseudocyperus* L., *C. riparia* Curtis, *C. vesicaria* L., *Eleocharis palustris* (L.) Roem. et Schult., *Agrostis stolonifera* L., *Catabrosa aquatica* (L.) P. Beauv., *Acorus calamus* L.).

The prominent role in aquatic flora of riparian-aquatic plants, which are presented by the last two ecotypes (whole 30 species, or 54,5 %), is determined by spreading in the studied water bodies appropriate habitats – shallow water, wetlands, waterlogged banks, due to both natural causes and hydrotechnical transformation of urban area.

On the life-form spectrum by the system of I.G. Serebryakov studied flora fully formed by herbaceous plants, that is quite reflects the specific of aquatic floras. For the duration of the life cycle the vast majority are perennials (48 species, or 87,2 %), 3 species (5,5 %) are annuals (*Salvinia natans*, *Caulinia minor*, *Najas major*) and 4 species (*Hydrocharis morsus-ranae*, *Potamogeton crispus*, *P. pectinatus*, *P. trichoides*), or 7,3 % of aquatic flora, depending on conditions can be both biennials and perennials. Aquatic macrophytes are often the perennials, because (due to inhibition of sexual process in often adverse conditions of temperature of water) vegetative reproduction significantly predominates over generative.

According to the classification of life forms by K. Raunkiaer, hemicryptophytes are the most widely presented (16 species, 29,1 %), slightly less geophytes (15 species, 27,3 %), helophytes (11 species, 20,0 %) and hydrophytes (10 species, 18,2 %), terophytes are only 5,4 % of all studied flora. The prevalence of hemicryptophytes is typical for moderately cold areas and monitored in many hydrophilic floras of Ukraine, including the hydrophilous flora of Forest-steppe of Ukraine [18].

In establishing the geographic structure of studied aquatic flora it was composed the chorological spectra of species in accordance with their zonal and regional position and oceanic-continental attachment, based on botanical-geographical zoning of the world [19] and its adaptation for the flora of reservoirs of Ukraine [20].

At zonal chorological spectrum among nine selected geographical elements of the flora the representatives of plurizonal group significantly prevail (23 species, 41,8 %), the representatives of boreal-submeridional and boreal-meridional groups also provide a notable contribution (10 species, or 18,2 %, and 8 species, or 14,6 %, appropriately). Other groups considerably depleted: temperate-meridional and temperate-submeridional – by 5 species (by 9,1 %), boreal, boreal-temperate, temperate-tropic and submeridional-meridional – by 1 species (by 1,8 %). The quantitative prevalence of species of plurizonal and boreal-submeridional chorological groups also is characteristic for floras of the Left-bank Forest-steppe reservoirs [12] and the reservoirs of Ukraine [20] (table 4).

Table 4 – The chorological spectra of aquatic flora of water bodies of Poltava city (A), the flora of the Left-bank Forest-steppe reservoirs (B, [21]), the flora of reservoirs of Ukraine (C, [20])

The chorological spectra of floras		A	B	C
Zonal chorological groups	plurizonal	41,8	34,9	22,5
	boreal	1,8	–	–
	boreal-submeridional	18,2	23,0	17,9
	boreal-temperate	1,8	7,3	7,6
	boreal-meridional	14,6	9,2	7,2
	temperate-tropic	1,8	4,6	4,6
	temperate-meridional	9,1	7,3	11,8
	temperate-submeridional	9,1	11,9	17,4
	submeridional-meridional	1,8	1,8	10,8
Regional chorological groups	cosmopolite	12,7	8,3	5,1
	circumpolar	43,7	47,7	35,8
	european	1,8	7,3	14,3
	eurasian	29,1	25,7	32,8
	eurosiberian	12,7	11,0	7,2
	euro-northamerican	–	–	4,8
Climatic types of areals	euroceanic-suboceanic and suboceanic	–	1,8	7,7
	euryoceanic	30,9	32,1	32,3
	suboceanic	–	–	3,6
	eucontinental-subcontinental and subcontinental	–	2,8	5,1
	eurycontinental	10,9	8,3	13,8
	indifferent	58,2	55,0	37,4

Boreal group as a whole is not characteristic for mentioned hydrophilous floras, allocated at the level of vascular plants, in the studied flora of higher macrophytes represented by hydrophilic species of mosses, for which in bryoflora of Left-bank Forest-steppe [22] boreal origin is rather typical. Low share of species of submeridional-meridional group in the studied flora and flora of Forest-steppe reservoirs on the whole explained by atypicality to this physical-geographical zone of southern species, that quite numerically found (10,8 %) in the flora of reservoirs of Ukraine [20] mainly through the steppe zone. In particular, the sole representative of this southern group at the studied flora is alien helophyte *Phragmites altissimus*, which in recent years has active promotion to north of Europe [23]. The temperate-tropical group also has low representation in all compared floras, mainly because it includes more southern and rare in Ukraine species. So the only representative of this group at the studied flora is *Utricularia australis*, which is listed in the third edition of the Red Book of Ukraine and for the forest-steppe zone was given by us at first [24].

At regional chorological spectrum among five selected types of areals on a regional spread the species of circumpolar (43,7 %) and eurasian (29,1 %) groups make up the majority. Mentioned chorological groups similarly lead in the floras of the Left-bank Forest-steppe reservoirs and the reservoirs of Ukraine. Cosmopolite, eurosiberian (by 12,7 %) and european (1,8 %) species presented significantly fewer. The leading positions of species with wide areals are typical for hydrophilic floras, because the aquatic environment is conservative and only slightly dependent on zonal-climatic factors.

At oceanic-continental chorological spectrum it was identified 3 types of areals, that in order to reduce the number of species are located as follows: indifferent type (58,2 %), euryoceanic (30,9 %), eurycontinental (10,9 %). In other words, in the highest participation of species with areals without specific climatic attachment, among other oceanic species almost triple prevail over continental, that corresponds to the distribution of species by climatic types of their areals in the flora of reservoirs of Ukraine.

So studied higher aquatic flora of water objects of Poltava city is heterogeneous in its origin: there are species of 9 zonal, 5 regional and 3 climatic chorological groups. The main role in formation of studied flora belongs to species with wide areals: plurizonal, boreal-submeridional and boreal-meridional (as a whole 74,6 %), among that there are circumpolar and eurasian species of indifferent and euryoceanic climatic attachment.

During the research it was discovered 2 new taxa for the region: *Utricularia australis* – for the Forest-steppe of Ukraine [24], *Phragmites altissimus* – in the rank of species to Ukraine [25], [24]. The alien component in studied aquatic flora presented by three species: 1 achaeophyte (*Acorus calamus*) and 2 kenophytes (*Phragmites altissimus* – eurosiberian species of Iranian-Turanian origin and *Elodea canadensis* – plurizonal cosmopolite of North American origin).

Six species of higher aquatic plants have the zoological value in studied flora: 3 species – *Utricularia australis*, *U. minor*, *Salvinia natans* – listed in the third edition of Red Book of Ukraine, the last species there is in first supplement to Bern Convention, 4 species (*Nuphar lutea*, *S. natans*, *U. minor*, *Potamogeton trichoides*) – included to Red List of macrophytes of Ukraine [17], 2 species (*S. natans*, *Nuphar lutea*) are rare within the Forest-Steppe zone [18], 2 species (*U. vulgaris* and *U. minor*) are rare within the Poltava region. 2 species (*Nuphar lutea*, *S. natans*) are the dominants of communities, listed in the Green Book of Ukraine. The absolute majority of rare plant species timed to ecotops of the river Vorskla, that may indicate a higher resistance of average river's ecosystem to anthropogenic transformation under the influence of urban environment.

Conclusions. Thus, the flora of water objects of Poltava city has a high degree of synanthropization due to the active participation of species, timed to disturbed areas of coastal zone, particularly alien floral elements. The aquatic flora, picked out as a totality of true aquatic plants and riparian-aquatic plants, is quite typical by its geographical and biomorphological indices but depleted in comparison with hydrophilic natural flora of the region and of the historical data, which may indicate its high vulnerability in the current conditions of urban environment. Ecological structure of studied aquatic flora reveals the prevalence in water bodies of Poltava city processes of shallowing and waterlogging.

References

1. Illytchevsky S. Flora of outskirts of Poltava. With a complete list of wild vegetation / S. Illytchevsky // Notes of agricultural Poltava polytechnic. – 1927. – № 2, V. 1. – P. 19–49.
2. Bayrak, O.M. Abstract of the flora of the left bank of the Dnieper. Vascular plants / O.M. Bayrak. – Poltava: Verstka, 1997. – 162 p.
3. Bayrak, O.M. Abstract of the flora of Poltava region. Higher vascular plants. Scientific publications / O.M. Bayrak., N.O. Stetsyuk. – Poltava : Verstka, 2008. – 196 p.
4. Gomlya, L.M. Flora of higher vascular plants of the Poltava region: monograph / L.M. Gomlya, D.A. Davydov. – Poltava: Ltd «Company “Techservice”», 2008. – 212 p.
5. Vortsepnova, M.S. Urban floras of Poltava: history and present state of research / M.S. Vortsepnova // Geography and Environment of Poltava: materials All-Ukrainian. scient. and pract. Conf., Poltava, April 25, 2008. – Poltava : Verstka, 2008. – P. 20–25.
6. Geobotanical zoning of the Ukrainian SSR / Editor-in-chief A.I. Barbarich. – K. : Naukova dumka, 1977. – P. 172–178.
7. Katanskaya, V.M. Higher aquatic vegetation of inland waters of the USSR. Methods of study / V.M. Katanskaya. – L. : Nauka, 1981. – 187 p.
8. Garin, E.V. Flora of the pasture earth reservoirs on the north-west of Yaroslavl Region / E.V. Garin // Bulletin of the AIC of the Upper Volga. – 2012. – № 4 (20). – P. 56–58.
9. Papchenkov, V.G. On the classification of reservoirs and water plants / V.G. Papchenkov // Hydrobotany : methodology, methods: Teaching materials for Hydrobotany, Borok, 8–12 April 2003. – Rybinsk : JSC «Rybinsk Printing House», 2003. – P. 23–26.

10. Papchenkov, V.G. Flora and vegetation of the Uvod reservoir / V.G. Papchenkov, G.I. Markevich // *Biology int. water.* – 2003. – № 4. – P. 18–25.
11. Bobrov, A.A. Flora of the upper Volga watercourses / A.A. Bobrov // *Bot. Journ.* – 1999. – № 1, V. 84. – P. 93–104.
12. Oliynyk, L. Comparative structural analysis of flora of the reservoir of the Left bank forest-steppe / L. Oliynyk // *Coll. Scient. papers. Polt. state. ped. Univ named after V.G. Korolenko. Avg. Ecology. Life sciences.* – 2005. – № 4 (43). – P. 60–67.
13. Protopopova, V.V. Synanthropic flora of Ukraine and ways of its development / V.V. Protopopova. – K. : Naukova Dumka, 1991. – 204 p.
14. Kuzmichev A.I. Hygrophilous flora of the south-west of the Russian Plain and its genesis / A.I. Kuzmichev. – SPb. : Gidrometeoizdat, 1992. – 215 p.
15. Sukhanova, I.V. Flora of reservoirs of the urbanized areas of the forest zone of the south of Tomsk Region / I.V. Sukhanova // *Hydrobotany 2005 : Reports of the VI All-Russia. School-Conf. Water macrophytes, Borok, 11–16 October 2005.* – Rybinsk : JSC «Rybinsk Printing House», 2006. – P. 359–361.
16. Danylyk, R.M. Ecological and biological characteristics of water ecosystems vegetation of the green zone of the city of Lvov (transformation phytoindication, recovery) : Abstract. Dis. ... Candidate. Biol. Sciences: 03.00.16 / R.M. Danylyk. – Dnepropetrovsk, 2004. – 20 p.
17. Macrophytes-indicators of environmental changes / D.V. Dubyna, S. Heiny, Z. Groudova [et al.]. – K. : Naukova Dumka, 1993. – 435 p.
18. Chorna, G.A. Flora of reservoirs and marshes of forest-steppe of Ukraine. Vascular plants / G.A. Chorna. – K. : Fitosotsiotsentr, 2006. – 184 p.
19. Meusel, H. Vergleichende Chorologie der Zentraleuropäischen Flora / H. Meusel, E. Jäger, E. Weinert. – Jena : Fisher, 1965. – 583 s.
20. Dubina, D.V. The geographical structure of the water flora of Ukraine / D.V. Dubina, Y.R. Shelyag-Sosonko // *Ukr. Botan. journal.* – 1984. – № 6, Vol. 41. – P. 1–7.
21. Bayrak, O.M. Non-vascular plants of the left bank steppes of Ukraine (soil algae, lichens, bryophytes) / O.M. Bayrak, S.V. Hapon, A.A. Levanets. – Poltava : Verstka, 1998. – P. 98–130.
22. Papchenkov, V.G. On the propagation of *Phragmites altissimus* (Benth.) Nabelle (*Poaceae*) / V.G. Papchenkov // *Ros. Journ. biological. invasions.* – 2008. – № 1. – P. 36–41.
23. Klepets, O.V. The structure of the hydrophilic flora in the middle course of the Vorskla / O.V. Klepets, G.O. Karpova // *Chernomor. Botan. Journal.* – 2013. – № 2, Vol. 9. – P. 191–203.
24. Karpova, G.O. Features of propagation of high reeds (*Phragmites altissimus* (Benth.) Nabelle.) in terms of urbolandscape / G.O. Karpova, O.V. Klepets // *Plants and urbanization, materials III Intern. scient. and practical. confer., m. Dnipropetrovsk, 19–20 March 2013.* – Dnipropetrovsk : LLC TVG «Kunitsa», 2013. – P. 14–16.
25. Solovyeva, V.V. Structure and dynamics of natural vegetation ecotones and technical reservoirs of the Middle Volga: Author. Diss. ... Dr. Biol. Sciences: 03.00.16 / V.V. Solovyova. – Tolyatti, 2008. – 43 p.

УДК 581.526

Экологический анализ аборигенной фракции флоры Припятского Полесья

А.Н. МЯЛИК

Представлен экологический анализ аборигенной фракции флоры сосудистых растений Припятского Полесья, выполненный с учетом экологических шкал, разработанных Я.П. Дидуком. Экологические группы растений выделены по отношению видов к эдафотопу (влажность и трофность почвы), климатопу (континентальность климата, термический режим) и уровню солнечного освещения.

Ключевые слова: Припятское Полесье, аборигенная флора, анализ флоры, экоморфы.

The environmental analysis of the native fraction flora of vascular plants of the Pripyat Polesie, taking into account the ecological scales developed by Ya.P. Didukh is presented. Ecological groups of plants are allocated in relation to the types of edaphotope (humidity and trophicity of the soil) and climatope (continental climate, temperature regime) and level of sunlight.

Keywords: Pripyat Polesie, native flora, analysis of the flora, ecomorph.

Введение. Припятское Полесье как отдельный физико-географический округ в центральной части Полесской провинции характеризуется своеобразными природными условиями [1], [2] и, как следствие, специфическим растительным покровом и флорой [3]. Согласно последним опубликованным данным, флора сосудистых растений данной территории представлена 935 аборигенными видами [4]. Все они имеют различное географическое происхождение, биоморфологические особенности и отношение к экологическим факторам внешней среды. Экологический анализ флористических систем является одним из важнейших способов, позволяющих объяснить взаимосвязь растений со средой их обитания и выявить степень приспособления этих видов к различным структурным элементам экотопа. Цель данной работы – выявление особенностей экологической структуры флоры Припятского Полесья с выделением экологических групп растений по отношению к следующим прямодействующим факторам: зональному режиму тепла, континентальности климата, водному и трофическому режимам почв, а также освещенности местообитаний.

Материалы и методы исследования. Объектом исследования являлась аборигенная фракция флоры Припятского Полесья. При установлении состава флоры использованы литературные источники [3], [5], [6], [7], [8], [9], фондовые гербарные материалы и результаты собственных флористических исследований, выполненных на территории Припятского Полесья в 2010–2015 гг. Предмет исследования – экологическая структура флоры. При выполнении экологического анализа использовались показатели, позволяющие выявить характерные особенности флоры, обусловленные физико-географическими условиями данной территории. Исходя из этого, выделялись климатопические (термоморфы и омброморфы), эдафотопические (гидроморфы и трофоморфы) и ценотопические (гелиоморфы) экологические группы растений [10]. Выделение экоморфогрупп флоры Припятского Полесья выполнено согласно экологическим шкалам, разработанным Я.П. Дидуком [11], поскольку они наиболее удобны для анализа флоры Беларуси. В зависимости от прямодействующих факторов, отношение к режимам которых характеризуют частные экоморфы, среди них удобно различать: *гидроморфы* – отношение растений к водному режиму почв (гиперксерофиты, перксерофиты, ксерофиты, субксерофиты, субмезофиты, мезофиты, гигромезофиты, гигрофиты, пергигрофиты, субгидрофиты, гидрофиты, гипергидрофиты); *трофоморфы* – отношение растений к трофическому режиму почв (олиготрофы, семиолиготрофы, мезотрофы, семиэвтрофы, эвтрофы, субгликотрофы, гликотрофы, мезогалотрофы, галотрофы, супергалотрофы); *омброморфы* – отношение растений к режиму континентальности климата (экстраокеанические, океанические, субокеанические, гемиокеанические, гемиконтинентальные, субконтинентальные, континентальные, эукоонтинентальные, ультраконтинентальные); *термоморфы* –

типы отношения растений к зональным режимам тепла (гекистотермофиты, субгекистотермофиты, микротермофиты, субмикротермофиты, субмезотермофиты, мезотермофиты, макротермофиты, субмегатермофиты, мегатермофиты); *гелиоморфы* – отношение растений к местным световым режимам местообитания или режимам затенения особей (ультрасциофиты, сциофиты, гемисциофиты, субгелиофиты, гелиофиты).

При отнесении вида к той или иной экологической группе использованы следующие литературные источники [10], [11], [12], [13].

Результаты и их обсуждение. Полученные в ходе исследования данные позволяют выделить основные экологические особенности аборигенной флоры Припятского Полесья. По отношению к влажности почвы в составе флоры наиболее многочисленны гигромезофиты и мезофиты (таблица 1). В сумме они составляют 498 видов (более 53 %) и характеризуют сухо- и влажнолуговой типы местообитаний. Объясняется это тем, что для изучаемой территории наиболее характерны умеренно увлажненные экотопы. Типичными представителями гигромезофитов являются: *Equisetum pratense*, *Ficaria verna*, *Prunella vulgaris*, *Swida sanguinea* и др.; мезофитов: *Corydalis solida*, *Viola mirabilis*, *Fragaria vesca*, *Carex pilosa* и другие виды.

Таблица 1 – Распределение видов по отношению к влажности почвы

Гигроэкогруппа	Кол-во видов	%	Тип местообитания
Ксерофиты	4	0,4	полупустынный
Субксерофиты	39	4,2	сухостепной
Субмезофиты	136	14,5	луговостепной
Мезофиты	221	23,6	сухолуговой
Гигромезофиты	277	29,6	влажнолуговой
Гигрофиты	105	11,2	болотнолуговой
Пергидрофиты	84	9,0	болотный
Субгидрофиты	32	3,4	прибрежноводный
Гидрофиты	29	3,1	водный
Гипергидрофиты	8	0,9	
Итого:	935	100	

К субмезофитам – растениям луговостепного типа местообитаний – относится 14,5 % видов (*Silene nutans*, *Thymus pulegioides*, *Centaurea scabiosa*, *Brachypodium pinnatum*), а к субксерофитам (*Dianthus borbasii*, *Carlina intermedia*, *Helichrysum arenarium*) – видам сухостепного типа местообитаний – только 4,2 %. Ксерофиты вовсе представлены только 4 видами – *Sedum acre*, *Sedum sexangulare*, *Gypsophila paniculata* и *Herniaria polygama*. Эти виды, характеризующие полупустынный тип местообитания, являются самыми малочисленными в составе аборигенной флоры данной территории.

Участие влаголюбивых видов более значительно (около 27,6 % в сумме), поскольку переувлажненные экотопы (низинные, переходные и верховые болота, заболоченные поймы рек и т. д.) являются типичными для ландшафтов Припятского Полесья. К гигрофитам относятся *Equisetum hyemale*, *Thelypteris palustris*, *Galium uliginosum*, *Carex riparia* и другие болотно-луговые виды; к пергидрофитам, видам болотных местообитаний – *Scirpus sylvaticus*, *Iris pseudacorus*, *Lycopus europaeus*; к субгидрофитам – *Comarum palustre*, *Alisma plantago-aquatica*, *Hottonia palustris* и другие прибрежно-водные растения. Гидрофиты (*Nymphaea candida*, *Utricularia vulgaris*, *Potamogeton nodosus*) и гипергидрофиты (*Aldrovanda vesiculosa*, *Najas major*, *Stuckenia pectinata*) в составе флоры региона мене значительны. Доля этих водных растений составляет 3,1 и 0,9 % соответственно.

Анализируя спектр гидроморф (рисунок 1), можно отметить, что аборигенная флора Припятского Полесья имеет гигромезофитный характер со значительным участием мезофитов и субмезофитов с одной стороны и гигромезофитов (как менее многочисленных) с другой. Тем самым аборигенная флора региона отражает влажно- и сухолуговой типы местообитаний.

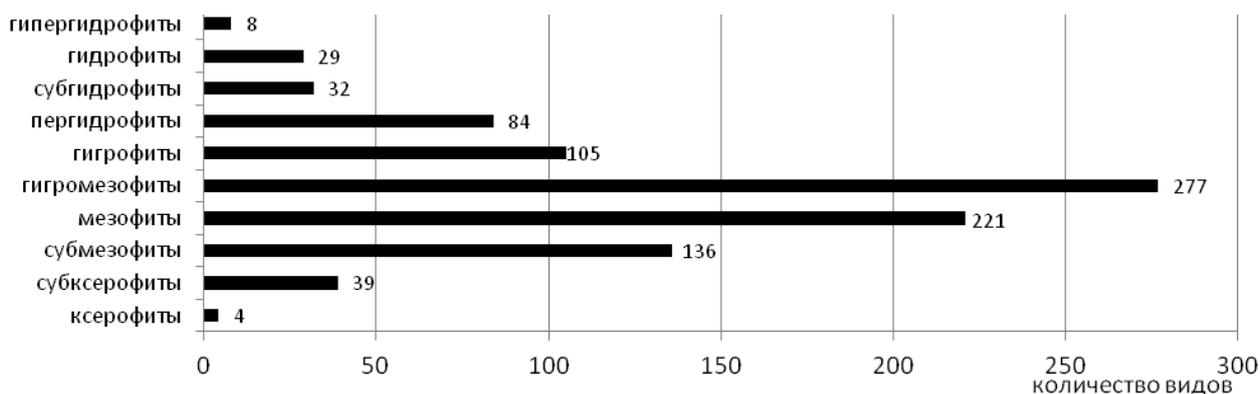


Рисунок 1 – Спектр гидроморф

Важнейшим экологическим фактором, оказывающим непосредственное влияние на состав флоры, является трофность местообитаний. Она обуславливает их биологическую продуктивность и зависит от количества биогенных элементов, содержащихся в почве (воде). Установлено, что наиболее многочисленными (таблица 2) в составе флоры Припятского Полесья являются семиэвтрофы (447 видов или 47,8 %) – виды, предпочитающие довольно богатые почвы: *Galium boreale*, *Polygonatum odoratum*, *Stellaria holostea*, *Ulmus scabra* и многие другие.

Таблица 2 – Распределение видов по отношению к трофности местообитания

Экогруппа	Кол-во видов	%	Тип местообитания
Олиготрофы	8	0,8	особо бедное
Семиолиготрофы	41	4,4	бедное
Мезотрофы	225	24,1	небогатое
Семиэвтрофы	447	47,8	довольно богатое
Эвтрофы	178	19,0	богатое
Субгликотрофы	30	3,2	слабозасоленное
Гликотрофы	4	0,4	среднезасоленное
Мезогалотрофы	2	0,2	
Итого:	935	100	

Мезотрофы (*Herniaria glabra*, *Veronica officinalis*, *Sorbus aucuparia*, *Pilosella officinarum* и др.) как виды небогатых почв, широко распространенных на изучаемой территории, составляют 24,1 %. Всего 19,0 % видов относится к эвтрофам (*Verbascum densiflorum*, *Campanula glomerata*, *Bromus mollis* и др.) – видам, произрастающим на богатых плодородных почвах. Еще менее многочисленны семиолиготрофы (4,4 %) – виды, произрастающие на бедных почвах – *Teesdalia nudicaulis*, *Juniperus communis*, *Vaccinium vitis-idaea*, и олиготрофы (0,8 %) – виды особо бедных почв: *Drosera anglica*, *Carex limosa*, *Andromeda polifolia*. К ним преимущественно относятся растения, произрастающие на песчаных дюнах в сухих сосняках и долинах рек, а также на верховых болотах. Немногочисленны в составе флоры региона виды, предпочитающие наиболее плодородные (засоленные) почвы. Так, субгликотрофов только 30 видов (3,2 %): *Butomus umbellatus*, *Bolboschoenus maritimus*, *Trifolium fragiferum* и др. Гликотрофы (*Stuckenia pectinata*, *Crypsis alopecuroides*) и мезогалотрофы (*Ranunculus repens*, *Leymus arenarius*) еще менее многочисленны – в сумме они составляют только 0,6 % от общего количества аборигенных видов.

Рассматривая спектр трофоэкогрупп (рисунок 2), видно, что большинство аборигенных видов флоры Припятского Полесья относятся к семиэвтрофам и мезотрофам – видам, произрастающим на относительно небогатых почвах, к которым относятся дерново-подзолистые и торфяно-болотные почвы, наиболее распространенные на изучаемой нами территории.

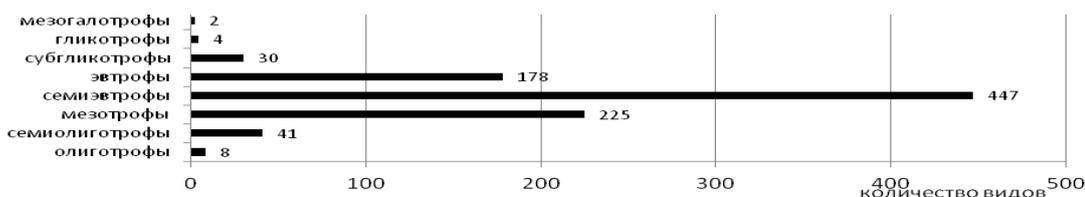


Рисунок 2 – Спектр трюфоморф

По отношению растений к режиму континентальности климата, наиболее многочисленной является гемиконтинентальная экогруппа (таблица 3), которая объединяет 436 видов, что составляет более 46 %. Эти преимущественно евразийские (*Ribes nigrum*, *Galium odoratum*), евросибирские (*Betula pendula*, *Genista tinctoria*) и центральноевропейские (*Centaurea phrygia*, *Serratula tinctoria*) виды репрезентируют полуконтинентальный (переходный от морского к континентальному) тип климата по Г. Мойзелю [14].

Таблица 3 – Распределение аборигенных видов по отношению к континентальности климата

Экогруппа	Кол-во видов	%	Тип климата
Океанические	3	0,3	океанический
Субокеанические	77	8,2	мезоокеанический
Гемеокеанические	259	27,7	субокеанический
Гемиконтинентальные	436	46,6	полуконтинентальный
Субконтинентальные	133	14,2	субконтинентальный
Континентальные	26	2,8	континентальный
Эуконтинентальные	1	0,1	ультраконтинентальный
Итого:	935	100	

К гемеокеанической экогруппе (соответствует субокеаническому типу климата) относится 259 видов (27,7 %). Среди них наиболее представлены евросибирские (*Campanula trachelium*, *Acinos arvensis*) и европейско-малоазийские (*Viscum album*, *Euonymus europaeus*) виды. В субокеанической группе насчитывается 77 видов (8,2 %). Среди них преобладают европейско-американские (*Carex flava*, *Sagina nodosa*) и атлантическо-европейские (*Sieglingia decumbens*, *Carex pilulifera*) геоэлементы. Среди субконтинентальных (14,2 %) и континентальных (2,8 %) видов наиболее представлены евросибирско-аралокаспийские (*Ranunculus polyanthemos*, *Bromopsis inermis*, *Agrostis tenuis*) и восточноевропейские (*Thalictrum lucidum*, *Urtica galeopsifolia*, *Dianthus stenocalyx* и др.) геоэлементы. Эуконтинентальный вид только 1 – *Stellaria pallida*.

В спектре омброморф (рисунок 3) выделяется значительное преобладание в составе флоры гемиконтинентальных видов, приуроченных к умеренно-континентальному климату. В то же время во флоре региона значительно участие гемеокеанических и субокеанических видов (35,9 % в сумме), что указывает на генетическую связь флоры Припятского Полесья с Западной Европой.

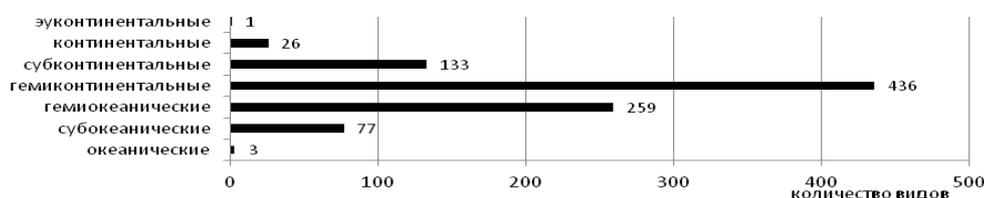


Рисунок 3 – Спектр омброморф

Анализ распределения видов по отношению к тепловому режиму (таблица 4) показывает преобладание группы субмезотермофитов (умеренно-теплолюбивых видов), характерных для субмеридиональной соллярно-климатической зоны. В составе данной группы насчитывается 536 таксонов, что составляет более 57 % от всех аборигенных видов Припятского Полесья. Представлены они преимущественно умеренно-теплолюбивыми температурными и субмеридиональными видами: *Silene borysthena*, *Trifolium alpestre*, *Urtica kioviensis*, *Thalictrum lucidum*, *Humulus lupulus*, *Plantago media*, *Euonymus verrucosa*, *Serratula tinctoria*, *Leontodon danubialis* и многими другими.

Таблица 4 – Распределение видов флоры по отношению к тепловому режиму

Экогруппа	Кол-во видов	%	Зональный режим тепла
Микротермофиты	29	3,1	бореальный
Субмикротермофиты	305	32,6	неморальный
Субмезотермофиты	536	57,3	субмеридиональный
Мезотермофиты	61	6,5	меридиональный
Макротермофиты	3	0,3	субтропический
Субмегатермофиты	2	0,2	
Итого:	935	100	

На втором месте (32,6 %) находятся субмикротермофиты (умеренно-холодостойкие неморальные виды). Среди них преобладают плуризональные (*Rumex acetosa*, *Crepis paludosa*, *Salix aurita*), бореально-температные (*Carex cespitosa*, *Pimpinella saxifraga*, *Poa angustifolia*) и температурные виды (*Carex montana*, *Polygala comosa*, *Anemone sylvestris*), характерные для зоны хвойно-широколиственных лесов.

Микротермофиты как представители более холодостойкой группы представлены только 29 видами (3,1 %): *Picea abies*, *Comarum palustre*, *Naumburgia thyrsoflora*, *Oxycoccus palustris* и некоторыми другими аркто-бореальными и бореальными видами.

Репрезентативность группы мезотермофитов более высокая (61 вид или 6,5 %). Это теплолюбивые субмеридиональные (*Viscum album*, *Herniaria glabra*, *Vincetoxicum hirundinaria*) и меридиональные (*Carlina intermedia*, *Trifolium fragiferum*) виды. К макротермофитам относится 3 вида – *Salvinia natans*, *Lindernia procumbens*, *Aldrovanda vesiculosa*, а к субмегатермофитам только 2 – *Callitriche palustris* и *Caulinia minor*. Эти теплолюбивые виды характерны для субтропического режима тепла.

В спектре термоморф (рисунок 4) выделяется преобладание субмезотермофитов – умеренно-теплолюбивых температурных и субмеридиональных видов. В то же время значительное участие субмикротермофитов (32,6 %) указывает на связь флоры региона с бореальной зоной Европы. Многие из видов отмеченных групп на территории Припятского Полесья находятся на южном пределе распространения. Теплолюбивых видов в сумме только немногим более 7 %, однако, этот показатель более высокий в сравнении с другими регионами Беларуси, что обусловлено положением Припятского Полесья на юге республики.

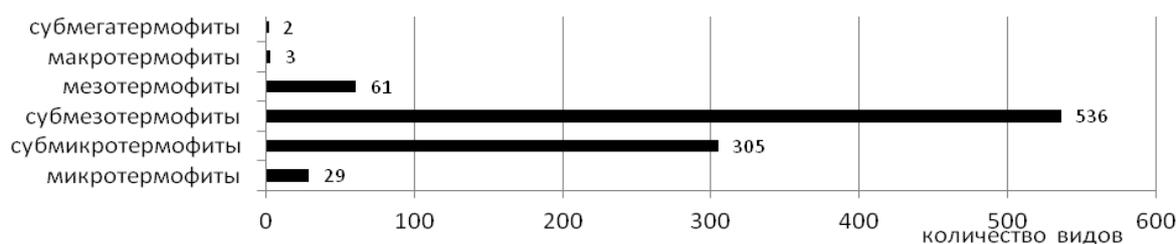


Рисунок 4 – Спектр термоморф

Одним из важнейших экологических факторов, оказывающих наибольшее влияние на характер растительности и состав флоры региона, является солнечный свет. В таблице 5 показано распределение аборигенных видов Припятского Полесья по экологическим группам в отношении уровня солнечного освещения [15].

Таблица 5 – Распределение видов по гелиоэкогруппам

Гелиоэкогруппа	Кол-во видов	%	Типы освещенности
Ультрасциофиты	4	0,4	теновой
Сциофиты	35	3,7	субтеновой
Гемисциофиты	167	17,9	полусветовой
Субгелиофиты	536	57,3	субсветовой
Гелиофиты	193	20,7	световой
Итого	935	100	

Наиболее многочисленна группа субгелиофитов, представленная 536 светлюбивыми видами, выдерживающими кратковременное затенение. Эти виды произрастают на полуоткрытых пространствах: лесных полянах и опушках, по обочинам дорог, лесным просекам и т. д. К ним относятся: *Equisetum arvense*, *Pulsatilla patens*, *Stellaria graminea*, *Hypericum perforatum*, *Salix lapponum*, *Inula britannica*, *Poa compressa* и многие другие.

Группа гелиофитов представлена 193 видами (20,7%), характеризующими световой тип обитания. Произрастают они на открытых, хорошо освещенных солнцем местах. Многие из них – теплолюбивые субмеридиональные (*Artemisia campestris*, *Trifolium dubium* и др.) и меридиональные (*Holoschoenus vulgaris*, *Salvinia natans* и др.) виды. Присутствуют здесь и холодостойкие аркто-бореальные виды: *Carex cinerea*, *Scheuchzeria palustris* и др.

Теневыносливые растения (гемисциофиты) представлены 167 видами, имеющими широкую экологическую амплитуду, что позволяет им произрастать как на хорошо освещенных лесных опушках и полянах, так и в затененных хвойных и лиственных лесах. К ним относятся: *Athyrium filix-femina*, *Hepatica nobilis*, *Ficaria verna*, *Alliaria petiolata*, *Cardamine amara*, *Goodyera repens*, *Platanthera bifolia* и другие виды.

К сциофитам (тенелюбивым растениям) относится 35 вида, а к ультрасциофитам – только 4. Они произрастают в тенистых широколиственных (*Lathraea squamaria*, *Dentaria bulbifera*, *Hedera helix*), смешанных (*Gymnocarpium dryopteris*, *Dryopteris filix-mas*) и еловых (*Hypopitys monotropa*, *Oxalis acetosella*) лесах и репрезентируют теневой тип освещения.

Рассматривая спектр гелиоморф аборигенной фракции флоры Припятского Полесья (рисунок 5), следует отметить, что наиболее многочисленны в составе флоры региона субгелиофиты (57,3 %) и гелиофиты (20,7%). Преобладание данной экогруппы в целом характерно для любой флоры умеренной зоны Голарктики.

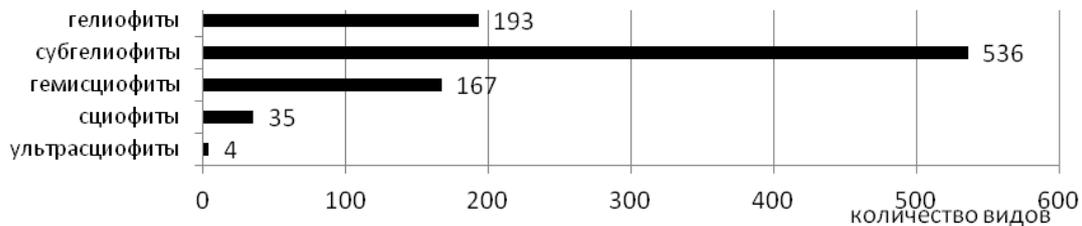


Рисунок 5 – Спектр гелиоморф

Заключение. Проведенный экологический анализ показывает, что большинство отмеченных видов, являясь гигромезофитами и семиэвтрофами в отношении влажности и трофности экотопа, репрезентируют умеренный тепловой и континентальный режимы климата и субсветовой режим освещения. Такая экологическая структура аборигенной флоры сформировалась на протяжении второй половины голоцена и является отражением соответствующих природных условий естественных ландшафтов Припятского Полесья. Дальнейшая работа должна быть направлена на изучение особенностей экологической структуры адвентивной фракции флоры, что позволит выявить флористические изменения, произошедшие в результате антропогенного воздействия на экосистемы данного региона.

Литература

1. Марцинкевич, Г.И. Теоретические проблемы и результаты комплексного географического районирования территории Беларуси / Г.И. Марцинкевич, И.К. Клицунова, И.И. Счасная, О.Ф. Якушко // Выбранные научные работы Беларускага дзяржаўнага ўніверсітэта: у 7 т. – Мінск : БДУ, 2001. – Том VII. Біялогія. Геаграфія. – С. 333–356.
2. Нацыянальны атлас Беларусі / Камітэт па зямельных рэсурсах, геадэзіі і картаграфіі пры Саўеце Міністраў Рэспублікі Беларусь. – Мінск : Белкартаграфія, 2002. – 292 с.
3. Парфенов, В.И. Флора Белорусского Полесья: Современное состояние и тенденции развития / В.И. Парфенов – Минск : Наука и техника, 1983. – 295 с.

4. Мяслик, А.Н. Таксономический анализ флоры Припятского Полесья / А.Н. Мяслик // Материалы XVII Республиканской научно-практической конференции молодых ученых, Брест, 15 мая 2015 г. : в 2 ч. / БрГУ им. А.С. Пушкина ; редкол. : А.Е. Будько. – Брест, 2014. – Ч. 1. – С. 112–114.
5. Флора Беларуси. Сосудистые растения: в 6 т. / под общ. ред. В.И. Парфенова ; Нац. акад. наук Беларуси, Ин-т эксперим. ботаники им. В.Ф. Купревича. – Т. 1. Lycopodiophyta. Equisetophyta. Polypodiophyta. Ginkgophyta. Pinophyta. Gnetophyta / Р.Ю. Блажевич [и др.]. – Минск : Беларуская навука, 2009. – 199 с.
6. Флора Беларуси. Сосудистые растения: в 6 т. / под общ. ред. В.И. Парфенова ; Нац. акад. наук Беларуси, Ин-т эксперим. ботаники им. В.Ф. Купревича. – Т. 2. : Liliopsida / Д.И. Третьяков [и др.]. – Минск : Беларуская навука, 2013. – 447 с.
7. Сосудистые растения Национального парка «Припятский» / В.И. Парфенов [и др.] ; под ред. В.И. Парфенова. – Минск : Беларус. Дом печати, 2009. – 206 с.
8. Козловская, Н.В. Хорология флоры Белоруссии / Н.В. Козловская, В.И. Парфенов. – Минск : Наука и техника, 1972. – 309 с.
9. Флора БССР : в 5 т. / редкол. Б.К. Шишкин (глав. ред.) [и др.]. – Минск : изд-во Акад. наук Белорус. ССР. – 1959. – 5 т.
10. Цыганов, Д.Н. Экоморфы флоры хвойно-широколиственных лесов / Д.Н. Цыганов. – Москва : Наука, 1976. – 60 с.
11. Didukh, Ya.P. The ecological scales of the species of ukrainian flora and their use in synphytoindication / Ya.P. Didukh. – Kyiv : Phytosociocenter, 2011. – 176 p.
12. Ellenberg, H. Zeigerwerte der Gefasspflanzen Mitteleuropas / H. Ellenberg. – Göttingen : Goltze, 1974. – 97 s.
13. Екофлора України : в 6 т. / відпов. ред. Я.П. Дідух. – Київ : Фітосоціоцентр. – 2010. – 6 т.
14. Meusel, H. Vergleichende Chorologie der zentraleuropaischen Flora / H. Meusel, E. Jager, E. Weinert. – Jena : Fischer, 1965. – 583 s.
15. Мяслик, А.Н. Гелиоморфы аборигенной фракции флоры Припятского Полесья / А.Н. Мяслик // Геоботанические исследования естественных экосистем и пути их решения : материалы международной научно-практической конференции, посвященной 80-летию со дня рождения известного белорусского геоботаника Л.М. Сапегина, Гомель, 26–27 ноября 2015 г. / редкол. : Н.М. Дайнеко (гл. ред.) [и др.]. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2015. – С. 96–99.

Полесский аграрно-экологический
институт НАН Беларуси

Поступила в редакцию 23.02.2016

УДК 630 1613(477.43)

Влияние густоты насаждений на жизненное состояние лесных культур рода *Pinus* L. Национального природного парка «Подольские Толтры»

И.А. ОДУКАЛЕЦ¹, Н.Н. МУСИЕНКО², А.П. КУЧИНСКАЯ¹

Территория Национального природного парка «Подольские Толтры» занимает площадь 261 316 га. Значительная часть насаждений представлена видами рода *Pinus* L. Показано, что лесные культуры сосны, которые растут на территории НПП «Подольские Толтры», характеризуются разным уровнем повреждения древостоев, наибольшее количество поврежденных деревьев (69 %) на ППП № 2, а наименьшая (2 %) – на ППП № 8. Причины массового усыхания сосны на исследуемой территории связаны с низкой конкурентоспособностью вида на фоне лиственных пород смешанных искусственных насаждений, сильной загущенностью древостоя, неправильным ведением хозяйства.

Ключевые слова: НПП «Подольские Толтры», *Pinus* L., искусственные насаждения, густота, лесотаксационная характеристика.

The effect of planting density on the living condition of forest plantations kind of *Pinus* L. of the National Natural Park «Podilsky Tovtry» is described. The territory of National Natural Park «Podilsky Tovtry» covers an area of 261 316 hectares. A lot of plantings are represented by the types of genus *Pinus* L. It is shown that the pine forest crops that grow on the territory of NNP «Podilsky Tovtry», are characterized by different levels of damage to the forest stands, the greatest number of damaged trees (69 %) in the PPP № 2, and the lowest (2 %) – on the PPP № 8. The junior stands are absorbed and held in the bodies of more calcium than older. The reasons for the mass drying of pine in the investigated area are associated with adverse geographical conditions (altitude, exposure southern slopes), edaphic (high content of calcium and magnesium and low phosphorus content in the soil) and low competitiveness of the species on the background of the mixed hardwood artificial plantations.

Keywords: NNP «Podilsky Tovtry», *Pinus* L., plantations, density, forest taxation characteristics.

Введение. Для окультуривания старопахотных земель сегодня все чаще применяют фиторемедиационные мероприятия. На Подольском Приднестровье проблема облесения степей, щелочно-степных участков, склонов, берегов рек и земель, которые ранее не использовались в сельском хозяйстве, возникла еще во время строительства Днестровской ГЭС. В конце XX в. на склонах реки Днестр, которые входят в территорию НПП «Подольские Толтры» Хмельницкой области, для укрепления склонов берегов были созданы крупномасштабные искусственные посадки деревьев с участием сосны (*Pinus sylvestris* L.), которая характеризуется высокой устойчивостью к неблагоприятным почвенно-климатическим условиям, способна расти на сухих и бедных питательными веществами почвах, даже на дренированных супесчаных почвах и суглинках, при этом формируя полноценные насаждения [1]. Однако, к сожалению, для данной территории этот вид не был аборигенным, и 20 лет спустя на этой территории возникла проблема массового усыхания молодых (в возрасте 20–25 лет) деревьев *Pinus sylvestris* L., причина которого в настоящее время не установлена.

Из литературы известно, что вид *Pinus sylvestris* является кальцефобом, а также не переносит засоленных почв и высоких температур [2]. Основными причинами массового усыхания сосны считают длительные засухи, которые вызывают пересыхания почвы, голодание растений на истощенных почвах, неправильное ведение лесного хозяйства, особенно проведение нерегулируемых вырубок, повреждения деревьев вредителями и загрязнение воздуха [3]–[6].

Негативные изменения искусственных фитоценозов, связанные с усыханием деревьев сосны, которые происходят сегодня на территории НПП «Подольские Толтры», требует немедленных исследований. Поэтому, целью нашей работы было провести лесотаксационный анализ древостоя и определить состояние насаждений *Pinus* L. искусственного происхождения на склонах реки Днестр, выяснить возможные причины повреждения сосны и целесообразность создания новых искусственных насаждений с участием видов этого рода на территории НПП «Подольские Толтры».

Материалы и методика. Объектом исследования были насаждения искусственных лесных культур *P. sylvestris* на верхней части склонов реки Днестр и рекультивированных отвалов, которые созданы рядом с природными фитоценозами для ограничения эрозионных процессов.

На каждой заложенной постоянной пробной площади (ППП) проведена оценка устойчивости к повреждению деревьев *P. sylvestris* в возрасте 22–39 лет. По материалам лесоустройства и учета лесного фонда [7] определен состав насаждений, соотношение пород деревьев, составляющих древостой. На каждом участке проведено описание лесотаксационных характеристик сосны и определен возраст, высота, средний диаметр ствола, экспозиция. По средней высоте и возрасту определен класс бонитета, характеризующий производительность фитоценоза. Тип насаждений определялся по составу пород древостоя. Относительное жизненное состояние сосны оценивали визуально по 5-бальной шкале: 1 – без признаков повреждения, 2 – ослабленные, 3 – сильно ослаблены, 4 – засыхающие, 5 – сухостой [8]. Степень повреждения деревьев *Pinus sylvestris* L. определяли по количеству сухих деревьев и деревьев, поврежденных вредителями.

Статистическую обработку данных осуществляли в компьютерной программе Microsoft Excel 2010.

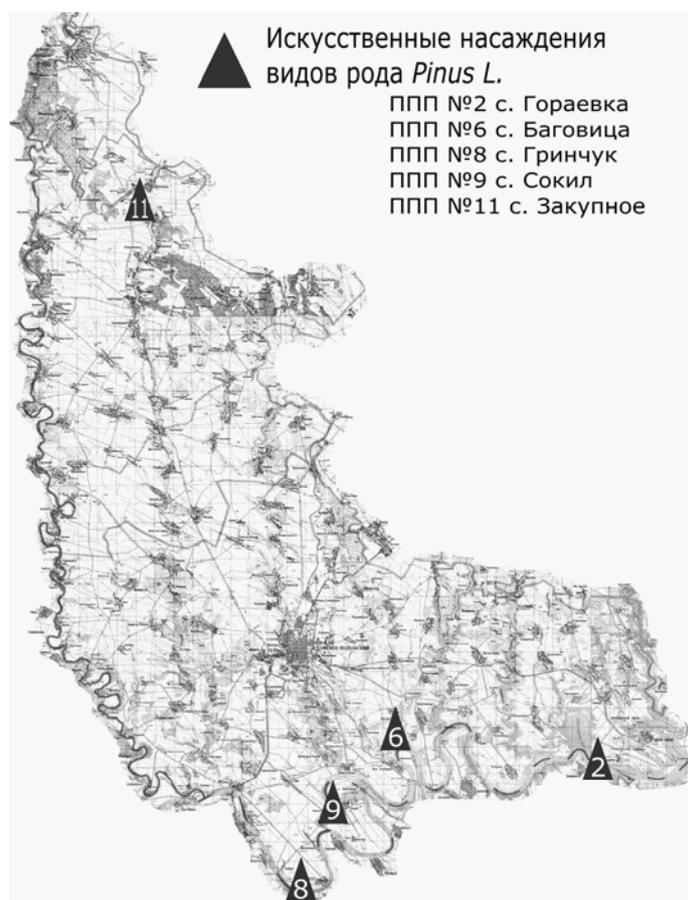


Рисунок 1 – Размещение постоянных пробных площадей на территории НПП «Подольские Толтры»

Результаты исследований и их обсуждение. Нами были проведены рекогносцировочные исследования ППП № 2, 6, 8, 9 и 11, на которых росла *Pinus sylvestris*. На каждой из ППП происходит процесс усыхания сосны с разной интенсивностью. На ППП № 8 и 6 мы не наблюдали аномального усыхания древостоев.

Нами было установлено, что насаждения на ППП № 2, которые находятся возле села Гораевка, растут на юго-восточной экспозиции склона 20°. Исследуемый участок смешанного типа и представлен породами деревьев, в состав которых входят *Pinus sylvestris*, *Pinus pallasiana*, *Robinia pseudoacacia*. Возраст насаждений составляет 25 лет, средняя высота – 10 м, средний диаметр ствола – 29 см, бонитет I класса. Расстояние между рядами – 2–4 м, между деревьями – 47–138 см. Относительное жизненное состояние – сильно ослабленное.

На ППП № 6, которая расположена в окрестностях села Баговица, насаждения *Pinus pallasiana* размещены на склонах юго-западной экспозиции с наклоном 25°. Представлены насаждения чистого типа. Возраст сосны равен 30-ти годам, средняя высота деревьев – 14 м, диаметр ствола – 21 см. Бонитет I класса. Расстояние между рядами – 3 м, между деревьями – от 90 см до 2 м. Относительный жизненное состояние – здоровое (рисунок 2).

На ППП № 8, расположенной вблизи села Бабшин на южной экспозиции склона 30°, находятся смешанные насаждения с преобладанием *Pinus sylvestris* в возрасте 23 лет, высотой деревьев 7 м и средним диаметром ствола 19 см. Бонитет II класса. Расстояние между рядами – 2,6 м, между деревьями – от 0,9 м до 1,2 м. Относительный жизненное состояние – здоровые.

ППП № 9, расположенная возле села Сокол на 20° склоне северной экспозиции, представлена насаждениями смешанного типа с участием *Pinus sylvestris* L., *Picea abies*, *Prunus armeniaca*, *Betula pendula* Roth и *Quercus robur* L. Возраст данных насаждений составляет 27 лет, высота деревьев сосны – 9 м, диаметр ствола – 12 см и соответствует I классу бонитета. По рекреационной характеристике – это закрытые пространства: древостой горизонтальной сомкнутости, 2 класса эстетической оценки, 3 класса пешеходной доступности. Рекреационная оценка – средняя, 3 класс устойчивости, 1 стадия дигрессии. Расстояние между рядами – 2,8 м, между деревьями – от 0,7 см до 1 м. Относительный жизненное состояние – сильно ослабленные.

ППП № 11 расположена на юго-восточной экспозиции склона 40° на известняковых отвалах с целью остановки эрозионных процессов, которые формировались в результате рекультивационных работ. Площадка представлена лесными культурами, доминирующей породой которых является *Pinus nigra*. Средний диаметр деревьев составляет 43 см, высота – до 8 м. Расстояние между деревьями – от 78 см до 1,42 м, расстояние между рядами – 3 м. Относительный жизненное состояние – сильно ослаблены.

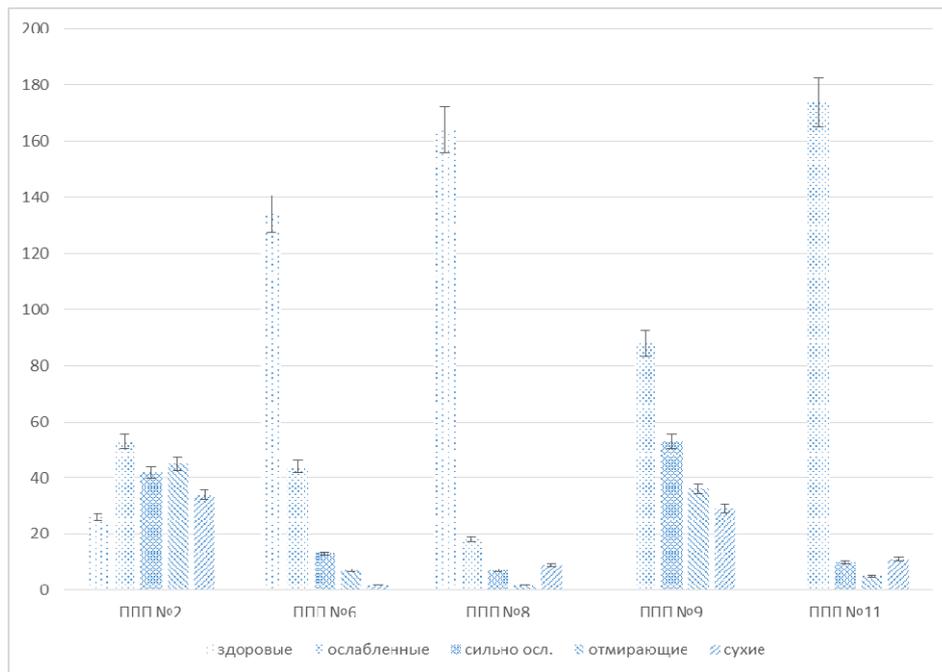


Рисунок 2 – Относительное жизненное состояние древостоев на ППП в условиях НПП «Подольские Толтры»

Плотность древостоев влияет на их устойчивость по отношению ко многим неблагоприятным факторам. Сосны чувствительны к уплотнённости почв, загрязнению воздуха [9], [10]. На единицу площади в конкретных условиях максимальная производительность достигается при определенном количестве деревьев. Известно, что сосновые насаждения следует выращивать, осуществляя регулярные рубки, которые уменьшают конкурентную напряженность деревьев [11]. На исследуемых участках рубки не проводились, что привело к сгущению деревьев. Сильная загущенность деревьев в рядах, несмотря на широкие междурядья ППП № 9, 11 нарушает нормальный рост деревьев, а деревья не очищаются от нижних ветвей и формируют

достаточно широкие кроны до 4,5 м. Из-за близкого расположения деревьев в тень попадают деревья с хорошо сформированными кронами. Сосну относят к категории светолюбивых деревьев, попадая в тень, они начинают ослабевать и вследствие угнетения крон усыхают.

Известно, что лиственные породы, которые растут вместе с хвойными породами деревьев, среднетребовательны к высоким температурам и реагируют на повышение температуры интенсивным ростом и развитием вегетативных органов [12].

Заключение. Результаты наших исследований показали, что на ППП № 2, 9, где расположены смешанные насаждения хвойных и лиственных пород, происходит угнетение *Pinus sylvestris* L. другими видами деревьев (акация белая, береза повислая, дуб обыкновенный), то есть имеет место межвидовая конкуренция и борьба за выживание внутри исследуемых искусственных фитоценозов. На ППП №9 и 11 на состояние сосны влияет сильная загущенность деревьев, что нарушает нормальный рост и развитие кроны.

Литература

1. Вакулук, П.Г. Нариси з історії лісів України / П.Г. Вакулук. – Фастів : Поліфаст, 2000. – С 96.
2. Павлов, И.Н. Влияние климатических показателей на рост сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris*) / И.Н. Павлов // Эколого-экономические проблемы лесного комплекса : тезисы докладов научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 15–17 апреля 1997 г. – Санкт-Петербург, 1997. – С. 36–38.
3. Федоров, Н.И. Корневые гнили хвойных пород / Н.И. Федоров. – М. : Лесн. пром, 1984. – 160 с.
4. Федоров, Н.И. Основные факторы региональных массовых усыханий ели в лесах Восточной Европы / Н.И. Федоров // Грибные сообщества лесных экосистем. – Петрозаводск : Карел. НЦ РАН, 2000. – С. 252–291.
5. Шелуха, В.П. Изменение сосновых биогеоценозов зоны широколиственных лесов при хроническом воздействии веществ щелочного типа : дис. ... д-ра сел.-хоз. наук : 06.03.03 / В.П. Шелуха ; Брян. гос. инженер.-технол. акад. – Брянск, 2003. – 40 с.
6. Hopper, R.J. Characterization of damage and biotic factors associated with the decline of *Eucalyptus wandoo* in southwest Western Australia / R.J. Hopper, K. Sivasithanava // Can. J. Forest Res. – 2005. – № 11. – P. 2589–2602.
7. Гордиенко, М.И. Методические указания по изучению и исследованию лесных культур / М.И. Гордиенко. – К. : УСХА, 1979. – 89 с.
8. Любінська, Л.Г. Структура культурценозів роду *Pinus* L. в умовах НПП «Подільські Товтри» (Хмельницька область) / Л.Г. Любінська., І.О. Одукалец, М.М. Рябий, О.П. Кучинська // Праці Всеукраїнської науково-практичної конференції «Екологічні проблеми співіснування: людина-рослина». – Дніпропетровськ, 2009. – С. 74–76.
9. Одукалец, І.О. Дослідження причин всихання *Pinus sylvestris* L. в штучних соснових насадженнях НПП «Подільські Товтри» / І. Одукалец., М. Мусиенко., О. Ольхович // Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка. – 2015. – № 1 (69). – С. 38.
10. Коропачинский, И.Ю. Древесные растения Сибири / И.Ю. Коропачинский. – Новосибирск : Наука, 1983. – 383 с.
11. Рубцов, В.И. Биологическая продуктивность сосны в лесостепной зоне / В.И. Рубцов [и др.]. – М. : Лесная промышленность, 1976. – 224 с.
12. Проект організації та розвитку лісового господарства комунального підприємства «Надра Кам'янецьчини» Кам'янець-Подільської районної ради Хмельницької області. – Ірпінь, 2003. – С. 36.

¹Национальный природный парк «Подольские Толтры»

²Киевский национальный университет им. Т. Шевченко

УДК 598.97:591.5

О перспективе исследования погадок сов на территории Белорусского Полесья

А.А. САВАРИН¹, Д.А. КИТЕЛЬ²

Рассматриваются проблемы изучения экологии млекопитающих и значение анализа питания сов (Strigiformes). Наибольшие практические результаты можно получить при анализе питания сов, поселяющихся у лесных озер, на пойменных лугах, окраине городов (вдоль защитных лесополос), а также на пустырях, городских кладбищах и парках. Особый интерес представляет разбор погадок ушастой совы (*Asio otus*).

Ключевые слова: Белорусское Полесье, совы, погадки, млекопитающие, диагностика.

The problems of studying the mammals' ecology and the role of owls' (Strigiformes) diet analysis are considered. The greatest practical results can be obtained within the analysis of the diet of owls inhabiting the forest lakes, the floodplain meadows, the outskirts of cities (along shelterbelts), as well as barrens, city cemeteries and parks. The analysis of Long-eared Owl (*Asio otus*) pellets is of the greatest interest.

Keywords: Belarusian Polesye, owls, pellets, mammals, diagnostic.

Введение. Белорусское Полесье имеет важнейшее значение в современных териологических исследованиях. Роль этого региона определяется не только значительной протяженностью и площадью, относительно высокой сохранностью естественных природных комплексов, наличием двух национальных парков и множеством заказников республиканского значения. Особую ценность представляет Полесье и как трансграничная территория с интенсивной миграцией животных различных систематических и экологических групп.

Следует заметить, что традиционная точка зрения о хорошей изученности видового состава и экологии микромаммалий, обитающих на территории Белорусского Полесья, является ошибочной. Во-первых, природные комплексы региона непрерывно трансформируются, что отражается и на сообществе мелких млекопитающих (показательно в этом плане, например, современное расширение области распространения и численности белозубки малой, *Crocidura suaveolens*). Во-вторых, публикации сводок, как правило, не сопровождаются анализом диагностических краниологических признаков (тем более, макросъемкой частей черепа), что предполагает значительную долю ошибок, особенно при поимках видов двойников (*Apodemus sylvaticus* и *A. uralensis*, *Cr. suaveolens* и *Cr. leucodon*, *Sorex araneus* и *S. caecutiens*, и др.). В этой связи обитание в настоящее время некоторых видов в том или ином регионе Беларуси, по образному выражению [1], является «фантомным», т. е. не доказанным. Кроме того, некоторые публикации по анализу погадок хищных ночных птиц [2, 3 и др.] сделаны достаточно давно, 20 и более лет назад.

Цель работы – показать проблемные аспекты изучения экологии млекопитающих и роль в их решении изучения питания сов (Strigiformes).

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим имеющиеся сведения последних лет по видовому составу микромаммалий, обитающих на пограничных с Белорусским Полесьем территориях.

При изучении зимнего питания ушастой совы (*Asio otus*) в погадках на востоке Польши найдены [4] фрагменты тела обыкновенной полевки (*Microtus arvalis*) и полевки-экономки (*M. oeconomus*) (оба вида – доминантные в питании совы), а также подземной полевки (*M. subterraneus*), рыжей полевки (*Clethrionomys glareolus*), полевой мыши (*Apodemus agrarius*), домовый мыши (*Mus musculus*) и мыши-малютки (*Micromys minutus*). Из указанных видов подземная полевка является наименее изученным на территории Белорусского Полесья, включая и национальный парк «Припятский» [5]. Уместно указать, что *M. subterraneus* не было и в списке позвоночных животных Припятского ландшафтно-гидрологического заповедника [6].

Среди пищевых объектов ушастой совы в центральной части Польши выявлены [7] дополнительно: крот европейский (*Talpa europaea*), бурозубки обыкновенная и малая (*Sorex*

araneus и *S. minutus*), полевка темная (*M. agrestis*), крыса серая (*Rattus norvegicus*), мыши лесная и желтогорлая (*A. sylvaticus* и *A. flavicollis*).

По данным [8] пищевой спектр обыкновенной неясыти (*Strix aluco*), обитающей на востоке Польши, более широк и включает также: белозубку белобрюхую (*Cr. leucodon*), которую обыкновенную (*Neomys fodiens*), полевку водяную (*Arvicola amphibius*), хомяка обыкновенного (*Cricetus cricetus*), соню орешниковую (*Muscardinus avellanarius*). Указанные сведения важны и для нашей страны, так как последние два вида занесены в Красную книгу Беларуси (2015), а белозубка белобрюхая – в Приложение (статус DD). На прилегающей территории Украины, в частности Шацкого национального парка [9], также обитает *Cr. leucodon* [9].

Необходимо отметить исследования питания ушастой совы в зимний период на территории Черниговской области [10]. Единично в погадках найдены кости малой лесной мыши (*A. uralensis*), подземной полевки, а также серого хомячка (*Cricetulus migratorius*) – вида, занесенного в Красную книгу Украины [11].

Из анализируемых и других работ [12, 13 и др.] следует, что ушастая сова предпочитает поселяться на территориях с обилием полевков, но поедает всех попавшихся мелких млекопитающих. Ушастая сова интересна как объект исследований и благодаря своей способности обитать в различных биотопах, а также поселяться в городских парках, что в определенной степени обусловлено и малой требовательностью птицы к конструктивным особенностям гнезда [14]. По нашим наблюдениям в парке г. Кобрин зимовали в 2015–2016 гг. 13 особей (рисунок 1).



Рисунок 1 – Ушастая сова в парке г. Кобрин (на ели)

Поэтому анализ погадок *Asio otus* поможет уточнить границы распространения и численность двух видов белозубок, которые нередко обитают в населенных пунктах и даже в крупных городах. Так, *Cr. leucodon* отловлена на одной из центральных улиц г. Береза (Брестская обл.), а *Cr. suaveolens* – на ряде улиц г. Гомель [15].

Пищевыми объектами сов могут быть и представители рукокрылых (Chiroptera). Так, например, доказано поедание ушастой совой нетопыря-карлика (*Pipistrellus pipistrellus*), средиземноморского нетопыря (*P. kuhlii*), рыжей вечерницы (*Nyctalus noctula*), позднего кожана (*Eptesicus serotinus*) и др. [16].

Как известно, в погадках сов из всего скелета мелких млекопитающих наиболее хорошо сохраняются лицевой отдел черепа, а также тазовая и бедренная кости, голень (рисунок 2).

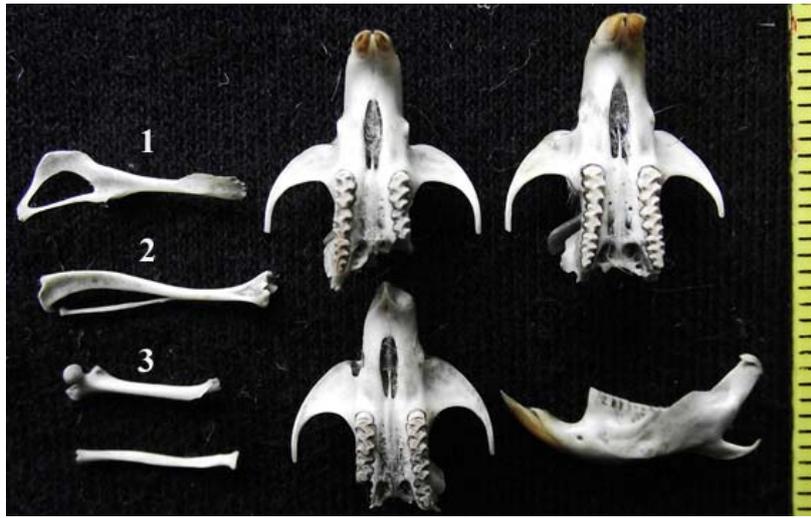


Рисунок 2 – Основные костные фрагменты в погадках ушастой совы:
1 – тазовая кость, 2 – голень, 3 – бедренная кость

Это дает возможность не только диагностировать видовую принадлежность поедаемых грызунов, их возраст, но и, что особенно важно, протекание патофизиологических процессов в костной ткани, а, значит, оценить жизнеспособность особей и локальной популяции в целом. Требуется тщательного морфо-анатомического анализа наличие тех или иных форм патологий. Распространенная точка зрения об основной роли в их возникновении травм (у мышечных грызунов), по-нашему мнению, требует проверки.

Заключение. Методические ошибки при отлове [17] не дают возможности составить современный точный список микротериофауны региона, оценить численность целого ряда видов. Пищевой рацион сов включает представителей различных отрядов млекопитающих, прежде всего грызунов и насекомыхядных. При наличии определенных пищевых предпочтений совы со временем отлавливают практически всех мелких млекопитающих. Поэтому при возможности вести сбор погадок в течение сравнительно длительного времени можно получить точные сведения о всем комплексе микромаммалий. Наибольшие практические результаты можно получить при анализе питания сов, поселяющихся у лесных озер, на пойменных лугах, окраине городов (вдоль защитных лесополос), а также на пустырях, городских кладбищах и парках. «Перспективным» видом по комплексу экологических характеристик является ушастая сова.

Литература

1. Загороднюк, І.В. Таксономія і номенклатура ссавців України / І.В. Загороднюк, І.Г. Емельянов // Вісник Національного науково-природничого музею. – 2012. – № 10. – С. 5–30.
2. Демянчик, В.Т. Пищевой спектр обыкновенной неясыти (*Strix aluco* L.) в Белоруссии / В.Т. Демянчик // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. біял. навук. – 1988. – № 4. – С. 86–91.
3. Tishechkin, A.K. Comparative food niche analysis of *Strix* Owls in Belarus / A.K. Tishechkin // Biology and conservation of owls of the northern hemisphere: Second international symposium, Winnipeg, February 5–9, 1997; J.R. Editors Duncan, D.H. Johnson, T.H. Nicholls. – Winnipeg, 1997. – P. 456–460.
4. Stasiak, K. The comparison of the winter diet of long-eared *Asio otus* in two communal roosts in Lublin region (Eastern Poland) according to selected weather conditions / K. Stasiak, K. Piekarska, B. Kusal // *Ecologia Balkanica*. – 2014. – Vol. 6, Is. 1. – P. 103–108.
5. Зенина, И. Териофауна национального парка «Припятский» в аспекте ее раритетности / И. Зенина // Раритетна теріофауна та її охорона. Серія: Праці Теріологічної Школи. – 2008. – Вип. 9. – С. 165–171.
6. Позвоночные животные Припятского заповедника. Аннотир. список видов / Сост. А.В. Углынец, В.П. Клакоцкий, И.М. Зенина. – Мн. : Ураджай, 1995. – 40 с.

7. Romanowski, J. Effect of season, weather and habitat on diet variation of a feeding-specialist: a case study of the long-eared owl, *Asio otus* in Central Poland / J. Romanowski, M. Zmihorski // *Folia Zool.* – 2008. – № 4. – P. 411–419.
8. Kitowski, I. Diet of the eurasian tawny owl in farmland of East Poland / I. Kitowski, G. Pitucha // *Беркут.* – 2007. – Вып. 2. – С. 225–231.
9. Сребродольська, Е.Б. Теріофауна Шацького національного природного парку / Е.Б. Сребродольська, І.В. Дикий, В.О. Мисюк // *Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского. Серия «Биология, химия».* – 2004. – № 2. – С. 134–143.
10. Мишта, А.В. Особенности рациона ушастой совы в зимний период на Черниговщине / А.В. Мишта, А.Н. Федун, С.Ю. Тайкова // *Хищные птицы в динамической среде третьего тысячелетия: состояние и перспективы: Труды VI Международной конференции по соколообразным и совам Северной Евразии, г. Кривой Рог, 27–30 сентября 2012 г.* / Отв. ред. М.Н. Гаврилюк. – Кривой Рог : Изд. ФЛ-П Чернявский Д.А., 2012. – С. 380–385.
11. Червона книга України. Тваринний світ / За ред. І.А. Акімова. – К. : Глобалколсалтинг, 2009. – С. 532.
12. Басова, В.Б. Сравнительная экология ушастой (*Asio otus*) и болотной (*A. flammeus*) сов: автореф. дис. ... канд. биол. наук : 03.00.16. / В.Б. Басова ; МСХА им. К.А. Тимирязева. – Москва, 2009. – 23 с.
13. Летние спектры питания филина *Bubo bubo*, ушастой совы *Asio otus* и болотной сов *Asio flammeus* сов в национальном парке «Русский север» (Вологодская область) / А.В. Шариков [и др.] // *Русский орнитологический журнал.* – 2016. – Т. 25, экспресс-выпуск 1235. – С. 73–76.
14. Китель, Д.А. Привлечение сов в искусственные гнездовья в Брестской области в 2005–2009 годах, Беларусь / Д.А. Китель // *Пернатые хищники и их охрана.* – 2009. – № 17. – С. 16–21.
15. Саварин, А.А. К экологии и видовой диагностике белозубок (*Crocidura*, *Soricidae*), обитающих на территории Белорусского Полесья / А.А. Саварин, А.Н. Молош // *Известия Гомельского гос. университета им. Ф. Скорины.* – 2015. – № 6 (93). – С. 29–33.
16. Шариков, А.В. Рукокрылые в питании сов Северной Евразии / А.В. Шариков, Т.В. Макарова // *Plecotus et al.* – 2014. – № 17. – С. 30–36.
17. Саварин, А.А. О проблемах изучения экологии и видовой диагностике кутор (*Neomys*, *Soricidae*), обитающих на территории Беларуси / А.А. Саварин, А.Н. Молош // *Известия Гомельского гос. университета им. Ф. Скорины.* – 2014. – № 6 (87). – С. 63–68.

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

²Брестское областное отделение общественной организации «Ахова птушак Бацькаўшчыны»

Поступила в редакцию 12.04.2016

УДК 504.5:556.5:549.25/.29:54–162.37(476.2)

Содержание тяжелых металлов и органических компонентов в поверхностных водах рек Гомельской области

В.Г. Свириденко, О.В. Пырх

Водный режим рек, являясь чувствительным индикатором изменений большинства физико-химических показателей поверхностных вод, требует комплексной оценки рН, анионного состава, содержания тяжелых металлов. Исследования показали, что по содержанию исследуемых тяжелых металлов и органических компонентов поверхностные воды рек Гомельской области не представляют опасности для их использования в рекреационных целях.

Ключевые слова: природные воды, тяжелые металлы, органические компоненты, рекреационная зона.

The content of heavy metals and inorganic components in the surface waters of the Gomel region of rivers is analyzed. Water regime of rivers, being a very sensitive indicator of physical and chemical changes of surface waters, requires rating of pH, anionic composition and the content of heavy metals. Our research has shown that surface waters of the rivers in Gomel region are safe to use for recreation in the content of heavy metals and organic components is considered.

Keywords: environmental water, heavy metals, organic components, recreation area.

Введение. В условиях антропогенного воздействия решить проблему сохранения и рационального использования рек невозможно без адекватной информации о физико-химических показателях поверхностных вод. Водный режим рек, являясь чувствительным индикатором изменений большинства физико-химических показателей поверхностных вод, требует комплексной оценки рН, анионного состава, содержания тяжелых металлов.

В настоящее время на реке Днепр работает семь гидрологических постов, которые находятся в городах Орша, Шклов, Могилев, Быхов, Жлобин, Речица и в городском поселке Лоев. Второй по водности и протяженности приток Днепра – Сож, который относится к семерке больших рек по общей длине. На реке действуют четыре гидрологических поста: в Кричеве, Славгороде, Гомеле и деревне Коськово. На Березине действуют гидрологические посты в городах Борисов, Березино, Бобруйск, Светлогорск и деревне Броды.

Оценка рекреационной ценности водных ресурсов Полесского региона производилась с учетом следующих рекреационных требований: благоприятные физико-географические, санитарно-гигиенические, эстетические характеристики водоемов и прилегающих к ним территорий, удобные транспортные связи, с учетом сохранения сложившихся экологических условий [1].

Главным фактором, при котором водоемы рассматривались как рекреационные объекты, является потребность в них населения. В связи с этим принято, чтобы в качестве объектов рекреации рассматривались водоемы, тяготеющие к населенным пунктам с населением 50 тыс. человек. Следует отметить, что благоприятные условия для организации массовых видов рекреационной деятельности формируются на водоемах площадью 1–5 км².

При оценке возможной нагрузки на водоемы по различным видам рекреации используются методические подходы, изложенные в работе [1]. Береговая линия является основным элементом водного объекта для определения допустимой в ее пределах емкости рекреационной инфраструктуры.

На водных объектах Полесья возможна:

- организация водных туристских маршрутов;
- организация пляжно-купальной рекреации (принятие солнечных и воздушных ванн на оздоровительных и лечебных пляжах, купание, плавание и прыжки в воду, подводное плавание);
- строительство водно-спортивных баз для проведения тренировок и соревнований на гребных парусных и моторных судах, водных лыжах.

В статье представлены результаты исследования физико-химических показателей поверхностных вод в среднем течении рек Днепр, Сож, Березина, которые проведены в 2013–2014 гг. Отбор и анализ гидрохимических проб проводился в соответствии с методиками вы-

полнения измерений, принятых в Департаменте гидрометеорологии Министерства природы Республики Беларусь. Определение тяжелых металлов проводили фотоколориметрическим методом, органические компоненты определяли спектрофотометрически.

Тяжелые металлы относятся к приоритетным загрязняющим веществам, наблюдения за которыми обязательны во всех средах. ПДК для токсичных элементов утверждены Министерством окружающей среды Республики Беларусь и Министерством здравоохранения Республики Беларусь 24.12.2009 №70/139 действуют для 670 веществ в воде рыбохозяйственных водных объектов [2], [3]. Необходимо контролировать содержание органических токсиантов в природных водах, так как последние выступают в роли рекреационных ресурсов, а повышенные их концентрации в природных водах могут отрицательно сказываться на здоровье человека [4], [5].

Целью настоящих исследований явилось фотометрическое определение железа, цинка, меди и никеля; спектрофотометрическое определение фенола и формальдегида в поверхностных водах рек Гомельской области. Исследования проводили в июле 2013 и 2014 гг.

Результаты и обсуждение. Данные по определению тяжелых металлов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Среднее содержание тяжелых металлов в водах рек

Местоположение	Металлы			
	Fe	Cu	Zn	Ni
500 м выше места выпуска сточных вод Речицкого водоканала (р. Днепр)	<u>0,97</u>	<u>0,004</u>	<u>0,011</u>	<u>0,009</u>
	0,65	0,004	0,028	0,005
500 м ниже места выпуска сточных вод Речицкого водоканала (р. Днепр)	<u>1,43</u>	<u>0,007</u>	<u>0,012</u>	<u>0,010</u>
	0,60	0,008	0,030	0,007
500 м выше места выпуска сточных вод Жлобинского водоканала (р. Днепр)	<u>0,41</u>	<u>0,002</u>	<u>0,011</u>	<u>0,008</u>
	0,70	0,007	0,030	0,006
500 м ниже места выпуска сточных вод Жлобинского водоканала (р. Днепр)	<u>0,43</u>	<u>0,002</u>	<u>0,012</u>	<u>0,008</u>
	0,50	0,001	0,010	0,007
500 м выше места выпуска сточных вод Рогачевского водоканала (р. Днепр)	<u>0,50</u>	<u>0,004</u>	<u>0,010</u>	<u>0,008</u>
	0,60	0,007	0,013	0,005
500 м ниже места выпуска сточных вод Рогачевского водоканала (р. Днепр)	<u>0,55</u>	<u>0,004</u>	<u>0,010</u>	<u>0,008</u>
	0,55	0,006	0,010	0,005
500 м выше Кленковского водозабора (р. Сож)	<u>0,32</u>	<u>0,003</u>	<u>0,004</u>	<u>0,002</u>
	0,32	0,001	0,006	0,001
10 км ниже по течению г. Гомеля (р. Сож)	<u>0,36</u>	<u>0,005</u>	<u>0,006</u>	<u>0,002</u>
	0,36	0,007	0,001	0,002
500 м выше места выпуска сточных вод Светлогорской ТЭЦ	<u>0,28</u>	<u>0,004</u>	<u>0,021</u>	<u>0,007</u>
	0,32	0,004	0,042	0,004
500 м ниже места выпуска сточных вод Светлогорской ТЭЦ	<u>0,29</u>	<u>0,007</u>	<u>0,045</u>	<u>0,007</u>
	0,36	0,007	0,042	0,005

Из всех обнаруженных в исследованных природных водах, подвергающихся антропогенной нагрузке, железо содержится в наибольшей концентрации, значительно превосходящей таковую всех остальных металлов. Своего максимального значения этот показатель достигает в водах р. Днепр в районе города Речицы, что отражает высокий уровень антропогенной нагрузки в виде сброса сточных вод их источниками, расположенными выше по течению. В рассматриваемом случае это, прежде всего, города Жлобин и Рогачев. Кроме того, в белорусской части бассейна Днепра крупными центрами его загрязнения являются также Могилев и Орша. Непосредственно г. Речица, со сточными водами которого в окружающую среду выбрасывается наибольшее количество железа, является наиболее важным (из рассматриваемых) источником загрязнения природных вод железом. В целом такая ситуация отражает специфику деятельности промышленного комплекса населенных пунктов, осуществляющих сброс сточных вод. Хотя при рассмотрении этого вопроса следует учитывать не только антропогенный фактор. Почвы Полесского региона богаты гуминовыми и фульвокислотами, что способствует обогащению водоносных почвенных слоев ионами железа.

Содержание меди в ряде случаев имеет относительно высокие значения. Это происходит, как правило, там, где осуществляется выброс более-менее значительных количеств этого металла. Приоритетными источниками загрязнения медью природных вод являются Гомель, Речица и отчасти Светлогорск.

Хотя цинк занимает второе (после железа) место по объемам сброса в окружающую среду, тем не менее, в большинстве случаев было отмечено весьма невысокое содержание в водах бассейнов рек. Обусловлено это тем, что его выброс в окружающую среду имеет хорошо выраженную локальность – г. Гомель является источником поступления подавляющей части этого металла в природные воды.

Никель и хром выбрасываются диффузно (в отношении их затруднительно выделить какой-либо один доминирующий источник выброса) и в небольших количествах (особенно хром), что определяет очень низкие зарегистрированные концентрации этих веществ.

Полученные результаты не позволяют сделать обоснованный вывод об изменении концентрации элементов, содержание которых подвергалось контролю по годам. Для более обоснованных выводов в этом отношении необходимо учитывать ассимиляционную способность рек.

Для учета ассимилятивной способности рек, принимающих в себя те или иные объемы сточных вод, сравнивалась ежесуточная интенсивность и объемы сброса сточных вод соответствующими источниками, расположенными на водных артериях, с одной стороны, и ежесуточный расход реки, с другой. Для этого следует определить коэффициент разбавления – отношение объема речного стока к объему сбросов [5], [6]. В качестве стандартной величины речного стока применялся расход речного стока летне-осенней межени года 95 %-й водной обеспеченности. Данные по ассимилятивной способности рек, воды которых подвергались изучению, приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Ассимилятивная способность рек

Водный источник	Расход реки, м ³ /с	Объем сброса сточных вод, м ³ /сут.	Коэффициент разбавления, раз
р. Днепр (район г. Речицы)	155	25000	535
р. Днепр (район г. Жлобина)	67,3	21000	277
р. Днепр (район г. Рогачева)	56,5	42000	116
р. Уза (приток р. Сож) (район г. Гомеля)	0,43	153000	0,24
р. Березина (район г. Светлогорска)	67,7	15000	390

Чем выше ассимилятивная способность, то есть чем больше коэффициент разбавления, тем меньше антропогенная нагрузка (в первую очередь на водные экосистемы) на окружающую среду. Наиболее очевидным признаком загрязнения окружающей среды, связанным с жизнедеятельностью городов и промышленных центров, является наблюдаемое состояние водных (речных) экосистем. Эти экосистемы находятся под мощным давлением в виде сбросов в водные объекты значительных объемов коммунально-промышленных сточных вод, особенно учитывая тот факт, что эти сточные воды характеризуются большими различиями в степени своей очистки, получаемой на очистных сооружениях. Постоянная нагрузка на определенные участки водотоков бассейнов рек зачастую приводит к той или иной степени деградации водных сообществ растений и животных.

В р. Сож не осуществляется непосредственный сброс сточных вод коммунально-промышленного происхождения, но в качестве источников ее загрязнения выступают такие, как поверхностный ливневый сток и сброс вод ливневой городской канализации. Здесь, прежде всего, можно оценить степень загрязнения городской территории тяжелыми металлами. Поверхностный сток, весьма вероятно, имеет существенное значение и при загрязнении вод р. Березина. Золоотвалы Светлогорской ТЭЦ богаты свинцом и медью, что способствует загрязнению природных вод (в первую очередь дождевых) этими металлами.

Важным показателем для рассмотрения вопросов использования прибрежной и водной зоны в рекреационных целях является соотношение концентраций тяжелых металлов в природных водах с ПДК для водоемов хозяйственно-питьевого и культурно-бытового водопользования и рыбохозяйственного водопользования (таблица 3).

Таблица 3 – Соотношение концентраций тяжелых металлов в природных водах с ПДК для водоемов хозяйственно-питьевого и культурно-бытового водопользования и рыбохозяйственного водопользования

Источник природной воды	Концентрация металла в % от ПДК							
	Fe		Cu		Zn		Ni	
	I ⁵⁾	II ⁶⁾	I ⁵⁾	II ⁶⁾	I ⁵⁾	II ⁶⁾	I ⁵⁾	II ⁶⁾
р. Днепр (в районе г. Речица)								
1 ¹⁾	323,3	194	0,35	350	1,1	110	9	90
2 ²⁾	476,6	286	0,72	720	1,2	120	9,7	97
р. Днепр (в районе г. Жлобин)								
1 ¹⁾	136,6	82	0,15	150	1,04	104	7,7	77
2 ²⁾	143,3	86	0,15	150	1,12	112	7,7	77
р. Днепр (в районе г. Рогачев)								
1 ¹⁾	166,6	100	0,4	400	1,03	103	7,5	75
2 ²⁾	182	109	0,4	400	1,03	103	7,6	76
р. Сож (в районе г. Гомель)								
1 ³⁾	106,6	64	0,32	320	0,37	37	1,9	19
2 ⁴⁾	120	72	0,53	530	0,57	57	2,0	20
р. Березина (в районе г. Светлогорск)								
1 ¹⁾	93,3	56	0,36	360	2,10	210	6,6	66
2 ²⁾	96,6	58	0,67	670	4,52	453	6,6	66

Примечания: – 1) 500 м выше места выпуска сточных вод;

2) 500 м ниже места выпуска сточных вод;

3) 200 м выше Кленковского водозабора;

4) 10 км ниже по течению г. Гомель;

5) соотношение с ПДК для водоемов хозяйственно-питьевого водопользования;

6) соотношение с ПДК для водоемов рыбохозяйственного водопользования.

Во всех случаях было зафиксировано превышение значений ПДК для рыбохозяйственных водоемов по меди и цинку или же по обоим металлам одновременно. При этом содержание меди превышало принятые нормативы в 1,5–7,3 раза, а содержание цинка – в 1,03–4,7 раза. Также в ряде случаев отмечено превышение содержания железа (до 2,86 раза). По отношению к ПДК для хозяйственно-питьевых водоемов отмечены только превышение содержания железа – от 1,2 до 4,8 ПДК. В отношении содержания всех прочих металлов состояние речной воды полностью удовлетворяет нормативам объектов хозяйственно-питьевого и культурно-бытового водопользования.

В водах бассейнов исследуемых рек основным металлом-загрязнителем является железо, которое повсеместно регистрируется в наибольших концентрациях – или превышающих ПДК, или близких к последним. Концентрации остальных металлов, в целом, значительно ниже зафиксированных концентраций железа, но тоже нередко превышающих ПДК.

Концентрации металлов-загрязнителей имеют закономерную тенденцию к повышению в нижних течениях рек, по сравнению с верховыми участками водотоков. Степень антропогенного давления на речные экосистемы, зависящая от объемов сброса сточных вод и степени их очистки, может в значительной степени нивелироваться за счет снижения критических концентраций до относительно безопасных значений за счет ассимилятивной разбавляющей способности рек. Это же обстоятельство предохраняет водные экосистемы от возможного формирования ударных концентраций, возможного вследствие сброса больших объемов недостаточно очищенных сточных вод со значительным количеством веществ-загрязнителей.

Отмечается заметное ухудшение качества вод р. Березина по содержанию тяжелых металлов (в наибольшей степени – по меди и свинцу) ниже г. Светлогорска. В случае остальных рек выраженной тенденции к заметному ухудшению качества речных вод не отмечено, за исключением загрязнения по железу, которое имеет отчетливую тенденцию к возрастанию при сравнении качества вод до и после мест сброса сточных вод. В целом, в этом отношении можно отметить, что наибольшему антропогенному воздействию подвергаются реки Днепр ниже Речицы и Березина ниже Светлогорска.

Нами было определено содержание некоторых органических соединений (фенол, формальдегид, СПАВ, нефть).

Таблица 4 – Содержание органических компонентов в водах рек, в мг/дм³

Органические загрязнители	Местоположение		
	р. Днепр	р. Сож	р. Березина
фенол	0,0008	0,0009	0,0062
	0,0011	0,0007	0,0060
формальдегид	0,030	0,035	0,050
	0,040	0,034	0,062
спав	0,028	0,032	0,030
	0,036	0,024	0,050
нефть	0,05	0,04	0,02
	0,04	0,03	0,01

Исследования показали, что содержание органических веществ в течение исследуемых периодов не изменялось. Содержание фенола и формальдегида не превышало ПДК (для фенола ПДК составляет 0,001 мг/дм³, для формальдегида 0,05 мг/дм³). Отдельные превышения связаны с промышленно-хозяйственной деятельностью объектов региона.

Заключение. Исследования показали, что по содержанию исследуемых тяжелых металлов и органических компонентов поверхностные воды рек Гомельской области не представляют опасности для их использования в рекреационных целях. Чтобы комплексно оценить сложившуюся ситуацию химического загрязнения поверхностных вод, необходимо совершенствовать методы косвенных оценок переноса загрязняющих веществ; организовать учет сброса загрязняющих веществ через ливневую канализацию; уточнить методы количественной оценки загрязнений, поступающих в водные объекты вследствие смыва удобрений с сельхозугодий, поверхностного стока с урбанизированных территорий, а также от автотранспорта и выпадения загрязненных осадков. Результаты исследования количественного состава по содержанию ионов тяжелых металлов и некоторых органических компонентов в водах рек Гомельского региона могут быть полезны при оценке состояния природных ресурсов (в первую очередь водных); характера и степени антропогенного давления на сообщества живых организмов региона и проживающего в нем населения Республики.

Литература

1. Рекомендации по использованию рекреационных ресурсов озер и водохранилищ Республики Беларусь. – Мн., 1998. – 42 с.
2. О внесении изменений и дополнений в постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь и Министерства здравоохранения Республики Беларусь от 8 мая 2007 г. № 43/42 «О некоторых вопросах нормирования качества воды рыбохозяйственных водных объектов»: Постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь и Министерства здравоохранения Республики Беларусь, 24 дек. 2009 г., № 70/139 // Национальный реестр правовых актов Республики Беларусь. – 2009. – № 132. – 8/16491.
3. Попов, А.Н. Динамика трансформации соединений тяжелых металлов в поверхностных водах / А.Н. Попов, О.В. Беззапонная ; под ред. Т.Г. Тараненко. – Гидрометеиздат, 2001. – С. 72–73.
4. Байчоров, В.М. Экологические риски и оценка состояния водотоков Беларуси / В.М. Байчоров, Г.М. Тищиков, Н.Н. Рощина. – Минск : «Белорусская наука», 2006. – С. 117.
5. Йохельсон, И.Б. Вопросы контроля загрязнения водной среды/ И.Б. Йохельсон, И.А. Колоскова. – М. : Гидрометиздат, 1981. – 436 с.
6. Журавель, Н.А. Гидрология / Н.А. Журавель. – Мн. : БГУ, 1988. – 356 с.

УДК 911.5:504.54 (476)

Антропогенная трансформация ландшафтов Витебской области и особенности их охраны в системе особо охраняемых территорий

А.С. СОКОЛОВ

Показаны особенности антропогенной трансформации ландшафтов Витебской области, определённой по величине геоэкологического коэффициента И.С. Аитова. Составлена карта экологического состояния ландшафтов области. Проанализирована зависимость экологического состояния от рода и подрода ландшафтов, представленность каждого рода и подрода в системе особо охраняемых природных территорий региона, что позволило сделать вывод о необходимости оптимизации сети охраняемых территорий.

Ключевые слова: ландшафты, экологическое состояние, геоэкологический коэффициент, особо охраняемые территории, оптимизация ландшафтов.

The features of anthropogenic transformation of the Vitebsk region landscapes, which is defined by the value of I.S. Aitov geoeological coefficient, are shown. A map of the ecological state of the area landscape is created. The dependence between landscape environmental state and landscape genera and subgenera, the representation of each genera and subgenera in the system of protected areas of the region are analyzed which led to the conclusion about the need to optimize the network of protected areas.

Keywords: landscapes, ecological state, geoeological coefficient, specially protected areas, landscape optimization.

Теоретические и методические вопросы оптимизации региональных сетей ООПТ и формирования их систем до сих пор остаются дискуссионными. Существующие подходы к созданию системы ООПТ в большинстве своем биоцентричны, направлены на сохранение отдельных видов. В них не учитывается зависимость биологической составляющей от среды обитания, основа которой – ландшафтное разнообразие [1]. Реально в природе какой-то отдельный вид, взятый сам по себе, существовать не может – все виды существуют только во взаимодействии друг с другом и окружающей средой. Отсюда с неизбежностью следует вывод о том, что биоразнообразие планеты и ее отдельных регионов должно сохраняться преимущественно по биохорологическим единицам – ландшафтам – и другим подразделениям геосистемной иерархии. Именно в природных геосистемах виды из различных филумов образуют устойчивые, самоподдерживающиеся, эволюционирующие, самоадаптирующиеся биологические системы [2]. В большинстве реальных ситуаций охраняемые территории – лишь разрозненные либо слабо увязанные объекты, которые необходимо достраивать до уровня системы. Учет ландшафтных особенностей территории должен быть неотъемлемым атрибутом планирования и организации сети ООПТ территории.

Существующая природоохранная система должна дополняться наиболее репрезентативными для региона ландшафтами, представляющими «зональные стандарты» или «стандарты сравнения», используемые при оценке экологического состояния [3]. Таким образом, для сохранения биоразнообразия природных экосистем необходимо сохранение ландшафтного разнообразия – в системе ООПТ должны быть представлены эталоны всех разновидностей ландшафтов, встречающихся на данной территории, для того, чтобы на данных участках формировались соответствующие этим ландшафтам природные экосистемы.

Целью настоящей работы являются определение экологического состояния ландшафтов Витебской области и анализ эффективности охраны её ландшафтного разнообразия в системе ООПТ. Исходя из данной цели, могут быть сформулированы задачи:

- определить ландшафтную структуру системы ООПТ и оценить степень представленности в ней ландшафтов Витебской области;
- определить экологическое состояние каждого ландшафта области и представить результаты в картографической форме;

– выявить зависимость экологического состояния ландшафтов региона от их природных характеристик и выделить роды, подроды и виды ландшафтов, характеристики которых обусловили максимальную и минимальную степень их трансформации;

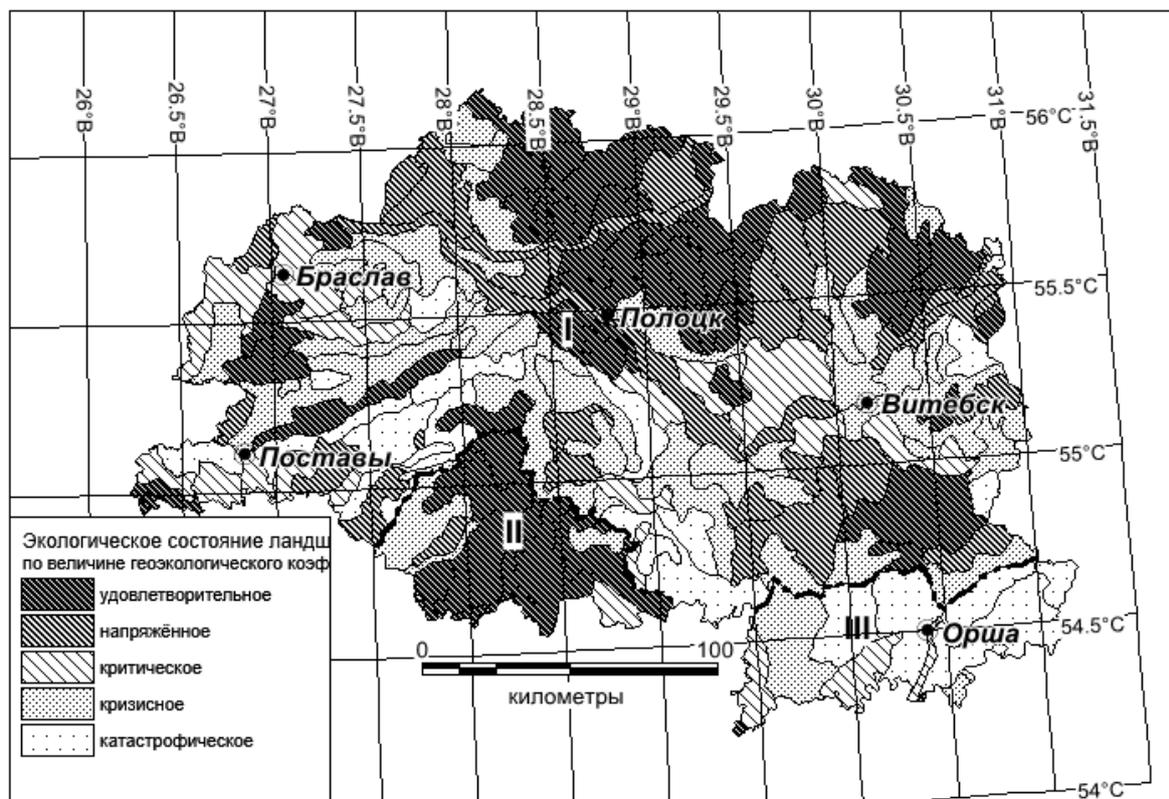
– проанализировать эффективность охраны тех ландшафтных таксонов, которые характеризуются наиболее напряженной экологической ситуацией.

Анализ ландшафтной структуры, другие картометрические операции, составление карты экологического состояния ландшафтов и выявление пространственных и таксономических закономерностей их антропогенной трансформации выполнялись с помощью ГИС MapInfo Professional 12. Исходными материалами являлись ландшафтная карта Беларуси [4], общегеографический атлас области масштаба 1:200 000 с обозначением границ ООПТ, а также слой «Растительность» (vegetation-polygon) в формате shape-файла из набора слоев проекта OpenStreetMap для Беларуси [5].

Для определения экологического состояния ландшафтов для каждого из них рассчитывался геоэкологический коэффициент И. С. Аитова [6] по формуле

$$K_r = \frac{C_p}{C_d}, \quad (1)$$

где C_p – процент (%) площади ненарушенных (коренных) геосистем на той или иной территории, в ландшафтном районе, ландшафте; C_d – процент (%) предельно допустимой площади ненарушенных (коренных) геосистем. На основе имеющихся экспертных оценок [7] предельно допустимая площадь естественных геосистем (C_d) в зоне широколиственных лесов определена в 30 %. По значениям K_r оценивается состояние ландшафта в следующих градациях: удовлетворительное – более 1,5; напряженное – 1,1–1,5; критическое – 0,9–1,1; кризисное – 0,5–0,9; катастрофическое – < 0,50.



I – Поозёрская провинция озёрно-ледниковых, моренно-озёрных и холмисто-моренно-озёрных ландшафтов;
 II – Белорусская возвышенная провинция моренно-зандровых и вторичноморенных ландшафтов;
 III – Восточно-Белорусская провинция вторичноморенных и лёссовых ландшафтов

Рисунок 1 – Экологическое состояние ландшафтов Витебской области

Определение лесистости каждого ландшафта и расчёт геоэкологического коэффициента позволил составить карту экологического состояния ландшафтов Витебской области (рисунк 1). Большая часть области (82,1 %) находится в пределах Поозёрской ландшафтной провинции, часть территорий на юге входит в состав Восточно-Белорусской (9,1 %) и Белорусской возвышенной (8,8 %) провинций. Значения K_r по этим провинциям в целом составляет соответственно 1,14; 0,57 и 1,68.

Ландшафты, находящиеся в катастрофическом состоянии, занимают 16 % территории области и сконцентрированы преимущественно на юго-востоке области, в пределах Восточно-Белорусской ландшафтной провинции. Ландшафты в кризисном состоянии занимают 25 %, в критическом – 12 %, в напряжённом – 17 %, в удовлетворительном – 30 %.

Рассматривая различия в экологическом состоянии ландшафтов, относящихся к различным родам (таблица 1), можно отметить, что в кризисном и катастрофическом состоянии находятся три рода ландшафтов, суммарно составляющие 41,8 % территории области.

Таблица 1 – Экологическое состояние и представленность в ландшафтной структуре области и системе ООПТ родов ландшафтов

Показатель	Роды ландшафтов											
	Озерно-ледниковые	Моренно-озерные	Холмисто-моренно-озерные	Водно-ледниковые	Болотные	Каменно-моренно-озерные	Лёссовые	Речные долины	Вторичные водно-ледниковые	Вторичноморенные	Моренно-зандровые	Каменно-моренно-эрозионные
Доля рода в общей площади области, %	23,6	18,4	15,8	9,6	6,6	6,2	7,2	4,9	4,1	2,4	1,0	0,1
Доля рода в ООПТ от площади рода в области, %	4,6	0,7	1,5	9,4	29,4	11,6	–	8,6	6,6	1,5	–	12,4
Доля рода среди всех ландшафтов ООПТ, %	18,8	2,3	4,2	15,6	33,7	12,5	–	7,3	4,7	0,6	–	0,2
K_r по провинции	1,44	0,74	0,78	1,74	1,45	0,98	0,48	1,38	1,83	0,83	1,01	2,41

Таблица 2 – Экологическое состояние и представленность в ландшафтной структуре области и системе ООПТ подродов ландшафтов

Показатель	Подроды ландшафтов												
	С прерывистым покровом водно-ледниковых супесей	С поверхностным залеганием супесчано-суглинистой морены	С поверхностным залеганием озерно-ледниковых песков и супесей	С поверхностным залеганием озерно-ледниковых суглинков и глин	С покровом лёссовидных суглинков	С поверхностным залеганием водно-ледниковых песков и супесчано-суглинистой морены	С поверхностным залеганием аллювиальных песков	С прерывистым покровом лёссовидных суглинков	С поверхностным залеганием торфа	С поверхностным залеганием водно-ледниковых песков	С поверхностным залеганием торфа и песком	С покровом водно-ледниковых супесей	С покровом водно-ледниковых суглинков
Доля подрода в общей площади области, %	22,2	17,7	12,6	11,1	8,5	5,2	4,9	4,4	4,3	3,0	2,3	1,9	1,0
Доля подрода в ООПТ от площади подрода в области, %	5,0	0,9	5,2	3,9	–	13,8	8,6	0,3	22,3	8,6	43,0	1,8	–
Доля подрода среди всех ландшафтов ООПТ, %	19,4	2,9	11,3	7,6	–	12,5	7,3	0,2	16,7	4,5	17,2	0,6	–
K_r по провинции	1,16	0,83	1,74	1,11	0,52	0,98	1,38	0,78	0,16	1,92	1,99	0,99	1,01

Вместе с тем, именно эти ландшафты занимают незначительную долю от площади ООПТ региона (6,5 %), при этом находящиеся в катастрофическом состоянии лёссовые ландшафты вообще не представлены в системе ООПТ. При этом треть всех ландшафтов ООПТ составляют болотные ландшафты, которые находятся в удовлетворительном состоянии; они же лидируют и по доле рода в ООПТ от всей площади рода в области. Всего роды ландшафтов в напряжённом и удовлетворительном состоянии составляют 48,9 % территории Витебской области и 80,3 % от общей площади в ООПТ.

Среди подродов ландшафтов минимальным значением геоэкологического коэффициента (за исключением ландшафтов болот, для которых отсутствие леса не является признаком деградации) характеризуются подроды с покровом лёссовидных суглинков, прерывистым покровом водно-ледниковых суглинков и с поверхностным залеганием супесчано-суглинистой морены. Они занимают 30,6 % территории Витебской области, однако их представленность в системе ООПТ составляет лишь 3,2 %. Противоположная ситуация наблюдается с подродами ландшафтов в напряжённом и удовлетворительном состоянии – занимая 56,1 % территории области, они составляют 67,3 % среди всей площади ООПТ.

Результаты исследования позволяют сделать вывод о том, что ландшафты, находящиеся в худшем экологическом состоянии, охраняются существенно меньше, чем ландшафты, находящиеся в экологически благополучном состоянии. Тем самым соответствующие первым экосистемы, их растительный и животный мир находятся в уязвимом состоянии и должны являться объектом первостепенного внимания при совершенствовании сети особо охраняемых территорий в целях более полного сохранения биоразнообразия региона. Именно такие ландшафты должны в первую очередь быть объектами заповедания и восстановления при расширении сети ООПТ.

Литература

1. Иванов, А.Н. Охраняемые природные территории: учебное пособие / А.Н. Иванов, В.П. Чижова. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 2003. – 119 с.
2. Андреева, И.В. Организация системы особо охраняемых природных территорий на основе ландшафтного подхода (на примере Алтайского края) : автореф. дисс. ... канд. геогр. наук : 25.00.36 / И.В. Андреева ; Ин-т водных и экол. проблем СО РАН. – Барнаул, 2005. – 30 с.
3. Панченко, Е.М. Экологический каркас как природоохранная система региона / Е.М. Панченко, А.Г. Дюкарев // Вестн. Томск. гос. ун-та. – 2010. – Вып. 340. – С. 216–221.
4. Ландшафтная карта Белорусской ССР / под ред. А.Г. Исаченко. – М. : ГУГК, 1984.
5. Беларусь (BY) [Электронный ресурс] // Данные OSM в формате shape-файлов. Слои. – Режим доступа : <http://beryllium.gis-lab.info/project/osmshp/region/BY>. – Дата доступа : 10.04.2016.
6. Аитов, И.С. Геоэкологический анализ для регионального планирования и системной экспертизы территории (на примере Нижневартковского региона) : автореф. дис. ... канд. геогр. наук : 25.00.36 / И.С. Аитов ; Нижневартковский гос. гуман. ун-т. – Барнаул, 2006. – 18 с.
7. Реймерс, Н.Ф. Охрана природы и окружающей человека среды: Словарь-справочник / Н.Ф. Реймерс. – М. : Просвещение, 1992. – 320 с.

Зольность и морфометрические параметры листьев древесных растений как индикаторы загрязнения окружающей среды (на примере г. Гомеля)

Е.Г. ТЮЛЬКОВА

Представлены результаты определения длины, ширины и зольности листовых пластинок березы повислой, тополя белого и клена остролистного, произрастающих на территории промышленных предприятий западной и северной промышленной зоны г. Гомеля. В результате исследований установлено, что увеличение степени техногенного воздействия промышленных предприятий достоверно способствует снижению морфометрических параметров листовых пластинок древесных растений и росту зольности в них, что может быть использовано с целью фитоиндикации техногенного загрязнения региона.

Ключевые слова: техногенное воздействие, индикаторы, древесные растения, длина листовой пластинки, ширина листовой пластинки, зольность.

The results sheet plates length, width and ash-content determination of hanging birch, white poplar and maple on territory industrial enterprises west and north industrial area Gomel are presented in the article. The studies found that the increase in the degree of anthropogenic impact of industry significantly contributes to the reduction in morphometric parameters of the leaf blades of woody plants and the growth of the ash content in them that can be used for the purpose of phytoindication technogenic pollution in the region.

Keywords: technogenic influence, indicators, arboreal plants, length of sheet plate, width of sheet plate, ash-content.

Введение. Зола – остаток, получаемый после удаления органических веществ и содержащий целый ряд нелетучих оксидов так называемых зольных элементов (K, Ca, Mg, Fe, Mn, Zn и др.).

Содержание зольных элементов в листьях различных видов растений в первую очередь определяется генотипически внутренними структурными особенностями самого растения и внешними характеристиками качества окружающей среды. Установлено, что к факторам внешней среды, определяющим зольный состав растительных тканей, относятся температурный режим, режим увлажнения, солевой режим, кислотность и богатство почв азотом, режим затенения. Таким образом, по результатам определения зольности листьев древесных растений можно судить об их приспособленности к данным конкретным условиям произрастания [1], [2], [3]. При этом, чем выше зольность, тем лучше приспособлено растение к условиям окружающей среды. Кроме того, важным является тот факт, что зольность растительности позволяет получить представление о степени техногенного загрязнения атмосферного воздуха, характеризуя газопоглощательную способность растений, и, следовательно, является ярким фитоиндикационным признаком загрязнения атмосферы, хотя при проведении исследований в конкретном регионе это не всегда подтверждается [4]. Также показатель содержания зольных веществ в листьях и листовом опаде важен как в аспекте химизма самого растения, так и с позиций дальнейшего поступления минеральных веществ из фитомассы в прочие компоненты экосистемы [4]. Негативным моментом данного аспекта является то, что повышенное количество зольных элементов может привести к изменению проницаемости клеточных мембран растительных клеток, замедлению развития корневой системы, появлению точек и пятен на поверхности листа и т. д.

Следует отметить, что в направлении исследования проблемы фитоиндикации в настоящее время также проведены исследования по изучению изменения морфологических параметров растений – площади листовой пластинки, ее длины, ширины, длины жилок, черешка, количества устьиц – под влиянием антропогенного воздействия [5], [6]; разрабатываются методы фитоиндикации антропогенного воздействия, основанные на выявлении ассиметрии листьев и определении в листовой пластинке длины второй от основания жилки второго порядка [7].

Таким образом, комплексное исследование тенденций изменения морфометрических параметров листовых пластинок и величины зольности растительности, произрастающей в условиях техногенного воздействия, актуально с точки зрения фитоиндикационного выявления степени загрязнения атмосферы конкретного региона Республики Беларусь – г. Гомеля, поскольку г. Гомель является достаточно крупным промышленным и транспортным центром Беларуси областного масштаба.

Материал и методы. В качестве объектов для определения морфометрических параметров и содержания зольных элементов были выбраны листья ряда видов местных древесных растений: береза повислая *Betula pendula*, тополь белый *Populus deltoides*, клен остролистный *Acer platanoides*.

Пробы листьев отбирали на территориях промышленных предприятий западной и северной промышленной зоны, различающихся уровнем техногенного загрязнения воздуха с учетом величины общего объема выбросов загрязняющих веществ в атмосферу по каждому конкретному предприятию.

Отбор проводили в течение вегетационного периода (август 2015 г.) с отдельно стоящих деревьев (не менее 5–7 в каждой точке) приблизительно одного возраста с высоты 1,5 м. С каждого опытного дерева срывали по 20 неповрежденных максимально развитых листьев, у которых определяли длину, ширину листовой пластинки и величину среднеквадратического отклонения для данных параметров.

Далее листья быстро высушивали и методом сухого озоления в муфельной печи определяли содержание золы (повторность – не менее трехкратной для суммарных проб из данной точки наблюдений) [8]. Математическую обработку цифрового материала выполняли в Excel.

Результаты и их обсуждение. Город Гомель является административным центром Гомельской области и важным транспортным и промышленным узлом Республики Беларусь. Это один из самых компактных в республике городов. Компактное расположение городских территорий, кроме массы положительных аспектов, создает ряд экологических проблем. Загрязнение атмосферного воздуха территории города обусловлено влиянием выбросов промышленных предприятий, энергетики, транспорта, крупных производственных комплексов, трансграничным переносом.

С учетом расположения промышленных предприятий и производственных комплексов в городе Гомеле и прилегающих территориях территориально можно выделить три крупные промышленные зоны – северную, западную и южную. В данной работе анализируются растительные образцы с территории западной и северной промышленной зоны, которые наиболее контрастно различаются по величине техногенного воздействия на окружающую среду.

Узловыми промышленными предприятиями западной промышленной зоны являются ОАО «Гомельский радиозавод»; ОАО «Гомельский домостроительный комбинат»; Гомельская ТЭЦ-2; западная котельная; ОАО «Гомельский химический завод»; ОАО «Гомельский завод пусковых двигателей имени П.К. Пономаренко»; ОАО «Гомельский литейный завод «Центролит»; северной промышленной зоны – ОАО «Гомельский завод литья и нормалей»; РУП «Гомсельмаш»; СОАО «Гомелькабель»; ОАО «Ратон»; северная котельная.

Перечисленные промышленные предприятия осуществляют различные виды деятельности и в целом создают определенный уровень атмосферного загрязнения. Однако при этом каждое из них вносит неодинаковый вклад в общее атмосферное загрязнение территории города Гомеля и обеспечивает неоднородную ситуацию по характеру загрязнения окружающей среды как по составу загрязнителей, так и по их концентрации.

Так, по мере снижения величины общего объема выбросов загрязняющих веществ в атмосферу предприятия западной промышленной зоны располагаются следующим образом: ОАО «Гомельский химический завод» (1252,61 т/год); ОАО «Гомельский литейный завод «Центролит» (179,59 т/год); ОАО «Гомельский домостроительный комбинат» (33,52 т/год); западная котельная (11,79 т/год); ОАО «Гомельский радиозавод» (9,41 т/год); ОАО «Гомельский завод пусковых двигателей имени П.К. Пономаренко» (незначительные выбросы загрязняющих веществ), т.е. наибольший вклад в атмосферное загрязнение города вносит ОАО «Гомельский химический завод» и ОАО «Гомельский литейный завод «Центролит». По северной промышленной зоне данная тенденция имеет вид: ОАО «Гомельский завод литья и нормалей» (230,26 т/год), РУП «Гомсельмаш» (87,81 т/год), СОАО «Гомелькабель» (73,64 т/год), ОАО «Ратон» (6,27 т/год), северная котельная (4,62 т/год). Таким образом, северная промышленная зона по сравнению с западной зоной характеризуется гораздо меньшим уровнем техногенного воздействия на объекты окружающей среды.

Различная степень техногенной нагрузки на территориях промышленных зон г. Гомеля оказала определенное влияние на формирование морфометрических параметров листовых пластинок древесных растений этих зон (таблица 1–2; промышленные предприятия в таблицах представлены по мере снижения общего объема загрязняющих веществ в атмосферу).

Таблица 1 – Длина и ширина листовой пластинки древесных растений, произрастающих на территории западной промышленной зоны

Исследуемые древесные растения	Параметры листовых пластинок	Промышленные предприятия				
		ОАО «Гомельский химический завод»	ОАО «Гомельский литейный завод «Центролит»	ОАО «Гомельский домостроительный комбинат»	западная котельная (тополь) / ОАО «Гомельский радиозавод» (клен)	ОАО «Гомельский завод пусковых двигателей им. П.К. Пономарева»
Береза повислая <i>Betula pendula</i>	длина, см	4,02 ± 0,007	4,51 ± 0,009	образцы на территории отсутствовали	образцы на территории отсутствовали	5,0 ± 0,013
	ширина, см	3,5 ± 0,006	3,83 ± 0,007			4,0 ± 0,007
	стандартное отклонение, σ	<u>0,45</u> 0,40	<u>0,64</u> 0,47			<u>0,55</u> 0,50
Тополь белый <i>Populus deltoides</i>	длина, см	образцы на территории отсутствовали	5,73 ± 0,008	6,37 ± 0,011	8,40 ± 0,009	5,39 ± 0,013
	ширина, см		5,90 ± 0,010	6,59 ± 0,011	5,79 ±	6,85 ± 0,019
	стандартное отклонение, σ		<u>0,57</u> 0,70	<u>0,82</u> 0,85	<u>1,26</u> 0,96	<u>0,77</u> 1,09
Клен остролистный <i>Acer platanoides</i>	длина, см	образцы на территории отсутствовали	12,24 ± 0,023	11,4 ± 0,028	8,1 ± 1,013	13,33 ± 0,025
	ширина, см		15,53 ± 0,032	13,61 ± 0,031	10,55 ± 1,606	16,40 ± 0,031
	стандартное отклонение, σ		<u>1,52</u> 2,10	<u>1,95</u> 2,18	<u>1,01</u> 1,61	<u>1,71</u> 2,09

Примечание: – стандартное отклонение в числителе – по длине листовой пластинки, в знаменателе – по ширине.

Данные таблицы 1 свидетельствуют о том, что в большинстве случаев средняя длина и средняя ширина листовых пластинок (за исключением длины листовой пластинки тополя белого) увеличивается в направлении от территории химического завода к заводу пусковых двигателей, что, возможно, связано с действием более благоприятных с экологической точки зрения условий формирования листовых пластинок в менее загрязненной области. Кроме того, среднеквадратическое отклонение как длины, так и ширины листовой пластинки исследованных древесных растений (за исключением среднеквадратического отклонения ширины клена остролистного) достаточно четко и резко увеличивается для обоих параметров в выше обозначенном направлении. Вероятно, это явилось следствием действия стабилизирующего отбора, обеспечивающего концентрацию длины и ширины листа в области средних величин на территории с высоким техногенным влиянием.

Что касается северной промышленной зоны, то в этом регионе тенденция изменения длины, ширины листовых пластинок и величины среднеквадратического отклонения этих параметров четко проявлялась только для клена остролистного (таблица 2).

Таблица 2 – Длина и ширина листовой пластинки древесных растений, произрастающих на территории северной промышленной зоны

Исследуемые древесные растения	Параметры листовых пластинок	Промышленные предприятия			
		ОАО «Гомельский завод литя и нормалей»	РУП «Гомсельмаш» (береза) / северная котельная (тополь)	СОАО «Гомелькабель»	ОАО «Ратон»
Береза повислая <i>Betula pendula</i>	длина, см	5,82 ± 0,008	6,78 ± 0,019	6,23 ± 0,009	5,39 ± 0,008
	ширина, см	4,41 ± 0,006	5,44 ± 0,006	4,25 ± 0,005	4,67 ± 0,005
	стандартное отклонение, σ	<u>0,56</u> 0,42	<u>1,38</u> 0,47	<u>0,89</u> 0,50	<u>0,53</u> 0,34
Тополь белый <i>Populus deltoides</i>	длина, см	8,66 ± 0,020	8,05 ± 0,012	7,03 ± 0,012	7,79 ± 0,013
	ширина, см	8,99 ± 0,015	8,92 ± 0,023	7,03 ± 0,014	6,69 ± 0,011
	стандартное отклонение, σ	<u>1,38</u> 0,99	<u>0,86</u> 1,58	<u>0,81</u> 0,93	<u>0,87</u> 0,75
Клен остролистный <i>Acer platanoides</i>	длина, см	9,14 ± 0,012	образцы на территории отсутствовали	образцы на территории отсутствовали	10,23 ± 0,019
	ширина, см	11,04 ± 0,025			12,70 ± 0,030
	стандартное отклонение, σ	<u>0,69</u> 1,47			<u>1,39</u> 2,16

Примечание – стандартное отклонение в числителе – по длине листовой пластинки, в знаменателе – по ширине.

Полученные результаты возможно связаны с тем, что только сильное техногенное воздействие влияет на снижение размеров листовых пластинок древесных растений при их формировании. В других случаях доминирующим является влияние иных экологических факторов среды.

Достоверность различий между морфометрическими параметрами листовых пластинок древесных растений, произрастающих на территории промышленных предприятий и зон с различным уровнем техногенного влияния, оценивалась с помощью дисперсионного анализа (таблица 3).

Таблица 3 – Результаты дисперсионного анализа длины и ширины листовой пластинки древесных растений, произрастающих на территории западной и северной промышленной зоны

Исследуемые древесные растения	Значения F-критерия для параметров листовой пластинки		
	для длины	для ширины	F _{критич.}
<i>Западная промышленная зона</i>			
Береза повислая <i>Betula pendula</i>	11,28	4,43	F _{критич.} (2, 48) = 3,19 при p ≤ 0,05
Тополь белый <i>Populus deltoides</i>	50,14	4,39	F _{критич.} (3, 48) = 2,80 при p ≤ 0,05
Клен остролистный <i>Acer platanoides</i>	20,50	20,76	F _{критич.} (3, 36) = 2,87 при p ≤ 0,05
<i>Западная–северная промышленные зоны</i>			
Береза повислая <i>Betula pendula</i>	96,55	59,43	F _{критич.} (1, 100) = 3,94 при p ≤ 0,05
Тополь белый <i>Populus deltoides</i>	21,54	36,45	F _{критич.} (1, 102) = 3,93 при p ≤ 0,05
Клен остролистный <i>Acer platanoides</i>	41,21	40,34	F _{критич.} (1, 54) = 4,02 при p ≤ 0,05

Матрица данных для проведения дисперсионного анализа по каждому из исследованных видов растений содержала величины длины, ширины листовых пластинок с территории промышленных предприятий западной промышленной зоны (таблица 1), а также массив значений в целом по всем предприятиям западной и северной промышленной зоны (таблицы 1 и 2). Достоверность отличий морфометрических параметров листьев с территории северной промышленной зоны не исследовалась, поскольку предварительный анализ величин длины, ширины и стандартного отклонения не выявил тенденций их изменений при действии различной степени техногенной нагрузки (таблица 2).

Результаты анализа дисперсионных комплексов, включающих величину длины и ширины листовой пластинки древесных растений, произрастающих на территориях предприятий исследуемых промышленных зон с различной степенью техногенной нагрузки, свидетельствуют о том, что значение F-критерия превышает F-критическое для длины и ширины всех исследованных образцов во всех случаях. Таким образом, морфометрические параметры листовой пластинки древесных растений статистически достоверно различаются при действии различной величины техногенного загрязнения на их формирование, что подтверждает возможность использования данного критерия для индикации загрязнения атмосферного воздуха.

Результаты определения зольности листьев исследуемых древесных растений представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Средняя зольность листовых пластинок древесных растений, произрастающих на территории западной и северной промышленной зоны (в %)

Исследуемые древесные растения	Западная промышленная зона					
	промышленные предприятия					
	ОАО «Гомельский химический завод»	ОАО «Гомельский литейный завод «Центролит»	ОАО «Гомельский домостроительный комбинат»	западная котельная	ОАО «Гомельский радиозавод»	ОАО «Гомельский завод пусковых двигателей им.П.К. Пономаренко»
Береза повислая <i>Betula pendula</i>	8	7	-	-	-	4
Тополь белый <i>Populus deltoides</i>	-	6	10	12	-	17
Клен остролистный <i>Acer platanoides</i>	-	10	7	-	10	8
Северная промышленная зона						
Береза повислая <i>Betula pendula</i>	6	5	7	7	-	-
Тополь белый <i>Populus deltoides</i>	9	6	9	8	7	-
Клен остролистный <i>Acer platanoides</i>	10	-	-	13	-	-

Примечание – отсутствие данных по отдельным предприятиям обозначает отсутствие образцов на этой территории.

Данные таблицы 4 свидетельствуют о том, что тополь белый и клен остролистный по сравнению с березой повислой независимо от региона произрастания отличаются более высокой зольностью листовых пластинок, что согласуется с данными других авторов [1].

Следует отметить, что повышенная степень техногенной нагрузки на территорию проявляется в увеличении зольности листовых пластинок в половине исследованных случаев в западной (береза повислая, клен остролистный) и северной промышленной зоне (тополь белый). По остальным образцам такой тенденции не прослеживалось, поэтому для более глубокого исследования данного вопроса проводилось определение зольности листьев других древесных растений с территории рассматриваемых промышленных зон (в западной зоне – липы, акации, сосны, ивы, дуба, каштана; в северной зоне – рябины, каштана, акации, ивы, ореха). Полученные данные использовались для выявления наиболее распространенного класса зольности листьев древесных растений и сравнения между зонами с различным уровнем техногенного влияния (рисунок 1–2).

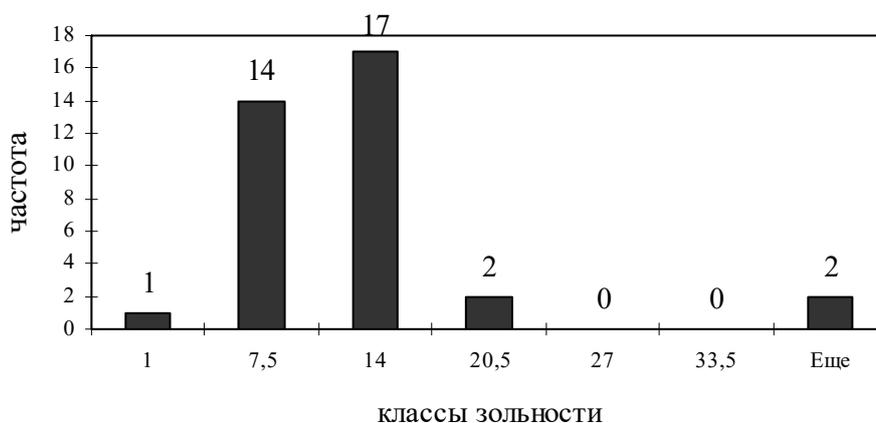


Рисунок 1 – Зольность древесных растений западной промышленной зоны (в %)

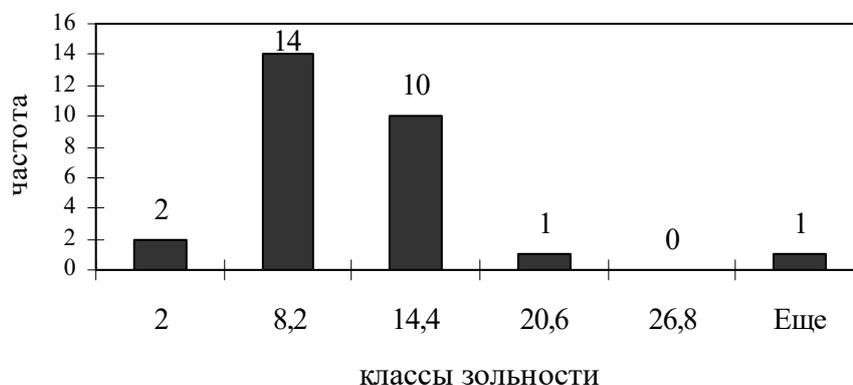


Рисунок 2 – Зольность древесных растений северной промышленной зоны (в %)

Результаты более широкого с точки зрения количества видов древесных растений определения зольности свидетельствуют о том, что на территории западной промышленной зоны наиболее часто встречающейся зольностью является 14 %, тогда как в северной зоне – 8,2 %, что указывает на увеличение показателя зольности листовых пластинок при действии более интенсивного техногенного воздействия. Таким образом, фитокомплекс, включающий определение длины и ширины листовых пластинок, а также их зольность, возможно использовать для индикации атмосферного загрязнения.

В перспективе планируется провести анализ характера корреляционных связей между морфометрическими параметрами исследуемых древесных растений, зольности их листьев и другими экологическими факторами среды (температура, кислотность и солевой режим почвы, освещенность, количество атмосферных осадков).

Заключение. Полученные результаты исследования морфометрических параметров листовых пластинок древесных растений и их зольности свидетельствуют о том, что значительный уровень техногенного влияния промышленных предприятий может вызвать снижение длины и ширины листовых пластинок и рост их зольности, что впоследствии негативно сказывается на развитии всего растения в целом.

Автор статьи выражает искреннюю благодарность д.г.н., профессору кафедры почвоведения и земельных информационных систем Белорусского государственного университета Н.К. Чертко и начальнику Гомельской горрайинспекции природных ресурсов и охраны окружающей среды А.М. Голубеву за помощь в подготовке материала статьи к опубликованию.

Литература

1. Ишимова, А.Е. Зольность листьев, хвои и коры древесных растений как индикаторный признак загрязнения воздушного бассейна г. Семей [Электронный ресурс] / А.Е. Ишимова. – Режим доступа : www.geochemland.ru. – Дата доступа : 25.03.2016.
2. Есов, Р.А. Солевой режим почвы и зольности растений пухлого солончака на южной подгорной равнине юго-западного Кызылкума [Электронный ресурс] / Р.А. Есов. – Режим доступа : www.old.kpfu.ru. – Дата доступа : 25.03.2016.
3. Есенжолова, А.Ж. Листья древесных и кустарниковых растений как биоиндикаторы загрязнения города Темиртау свинцом и цинком [Электронный ресурс] / А.Ж. Есенжолова. – Режим доступа : www.cyberleninka.ru. – Дата доступа : 27.03.2016.
4. Кавеленова, Л.М. К специфике содержания зольных веществ в листьях древесных растений в городской среде в условиях лесостепи (на примере Самары) / Л.М. Кавеленова, А.Г. Здетовский, А.Я. Огневенко // Химия растительного сырья. – 2001 – № 3. – С. 85–90.
5. Зиятдинова, К.З. Морфология листьев и побегов дуба черешчатого (*Quercus robur* L.) в условиях загрязнения окружающей среды (на примере Уфимского промышленного центра) / К.З. Зиятдинова, Р.В. Уразгильдин, А.В. Денисова // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2012. – № 1 (6), Т. 14. – С. 1466–1469.
6. Хлебова, Л.П. Сравнение морфологических признаков листа вьюнка полевого (*Convolvulus arvensis* L.) в условиях городской среды / Л.П. Хлебова, О.В. Ерещенко, Л.А. Кузнецова // Известия Алтайского государственного университета. – № 3, Т. 2. – С. 96–99.
7. Способ сравнительной индикации по флуктуирующей асимметрии листьев березы [Электронный ресурс]: пат. РФ 2556985 / П.М. Мазуркин, Д.В. Семенова ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Поволжский государственный технологический университет». – Режим доступа : <http://www.freepatent.ru>. – Дата доступа : 11.10.2015.
8. Федорова, А.И. Практикум по экологии и охране окружающей среды / А.И. Федорова, А.Н. Никольская. – М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2001. – 288 с.

Параметры специфической сорбции двухвалентных металлов дерново-подзолистой почвы

А.В. ХАДАНОВИЧ

Изучена специфическая сорбция меди (II) и кадмия почвенным поглощающим комплексом супесчаной дерново-подзолистой почвы при различных уровнях техногенного загрязнения в модельном эксперименте. В исследуемом диапазоне нагрузок дерново-подзолистая почва характеризуется более высокой сорбционной емкостью по отношению к меди (II). С увеличением концентрации вносимых загрязнителей значения pH почвенных растворов сдвигаются в кислую область по сравнению с начальными. На основании экспериментальных данных определено содержание катионов двухвалентных металлов, рассчитаны концентрации комплексных ионов с учетом содержания лигандов в почвенных образцах.

Ключевые слова: двухвалентные, металлы, медь, кадмий, почва, комплексообразование, константа, нестойкость, устойчивость, сорбция, подвижность.

The specific absorption of copper (II) and cadmium by the soil absorbing complex of turf podzolic soil in accordance with different levels of technogenic pollution in a model experiment is studied in the work. Within the load range being studied, turf podzolic soil can be characterized by high absorbing capacity towards copper (II). On the grounds of the data of the experiment, the content of divalent cations has been determined. The concentration of complex ions in view of the content of ligands in soil samples has been calculated.

Keywords: divalent metals, copper, cadmium, soil, complexation, constant, instability, stability, sorption, mobility.

Введение. Почва существенно отличается от других компонентов биосферы как по уровню организации и сложности строения, так и по осуществляемым ею функциям. Поведение тяжелых металлов в почвах значительно отличается от поведения большинства катионов макроэлементов. Химические свойства данной группы элементов, прежде всего незаполненные d-подуровни, являются причиной существования нескольких механизмов их взаимодействия с почвенными компонентами [1]. Тяжелые металлы относят к основным группам техногенных загрязняющих веществ биосферы. Данные токсиканты не являются новым экологическим фактором, они входят в состав почвенных минералов и в том или ином количестве присутствуют в природных средах и объектах. Многие из них являются элементами, в малых количествах жизненно необходимыми для организмов, но, поглощаясь в повышенных концентрациях, оказывают негативное действие на растения, животных и человека.

Катионы металлов реагируют с компонентами почвенного раствора, состав которого сложен и включает большой набор ионов и молекул. Формы нахождения двухвалентных ионов металлов в почве определяются закономерностями комплексообразования их с ионами, преобладающими в почвенном растворе, и которые оказывают заметное влияние на подвижность металлов в почве, образуя растворимые комплексы. В результате сорбции гидратированных катионов в почве образуются как внешне-, так и внутрисферные поверхностные комплексные соединения. Реализация того или иного механизма взаимодействия гидратированных катионов с поверхностью почвенных частиц в значительной степени зависит от состава поверхностных функциональных групп [2]. Попадая на поверхность почв, тяжелые металлы, как правило, закрепляются в верхних гумусовых горизонтах, где они присутствуют в различных формах: в водорастворимой, ионообменной и непрочно адсорбированной. Аккумуляция поступающих в почву химических соединений зависит от таких свойств почвы, как механический состав, содержание гумуса, карбонатность, pH, емкость поглощения непосредственно связана сводным режимом [3]. Доля водорастворимой формы обычно невелика, однако при сильном загрязнении абсолютное количество водорастворимых тяжелых металлов становится экологически опасным фактором [4].

Целью настоящей работы явилось изучение особенностей специфической сорбции ионов меди (II) и кадмия почвенным поглощающим комплексом дерново-подзолистой супесчаной почвой.

Материалы и методы исследования. В качестве объекта исследований были отобраны образцы дерново-палевых подзолистых слабоподзоленных почв на лессовидных связных супесях, подстилаемых моренными суглинками в Гомельском районе. Выбор образцов для исследований был обусловлен широким распространением дерново-подзолистых почв в Гомельской области, а также использованием последних под пашню. Отбор проб почвы для общей характеристики объектов проводили общепринятыми методами. Поскольку основные исследования проводили в гумусовом слое почвы, основную партию проб отбирали на глубине 0–20 см.

В почвенных образцах определяли основные агрохимические показатели: уровень рН почвенного раствора – потенциометрическим методом; общее содержание гумуса – по методу Тюрина. Определение подвижного фосфора, подвижного калия проводили по стандартным методикам [5]. Сорбцию ионов металлов изучали в диапазоне вносимых концентраций металлов в почву – для меди от 2×10^{-4} до 3×10^{-3} моль/л; для кадмия от 9×10^{-6} до 2×10^{-4} моль/л. Почву насыщали 0,1 М раствором нитрата кальция – к 1 г почвы, измельченной и пропущенной через сито диаметром 1 мм, приливали по 20 мл растворов нитрата кальция, затем вносили растворимые соли исследуемых катионов, энергично встряхивали и оставляли на сутки. Пробы центрифугировали в течение 20 минут при 10 000 об./мин, растворы декантировали и измеряли значения рН на лабораторном иономере И-160. В надосадочной жидкости определяли равновесные концентрации металлов методом атомно-абсорбционной спектроскопии с пламенной атомизацией.

Результаты и обсуждение. Исследуемые почвы характеризовались следующими показателями: рН – 4,8 единицы, сумма поглощенных оснований – 6,8 мг-экв/100 г; емкость катионного обмена – 95 мг-экв/кг, гумус – 2,4 %, содержание подвижного фосфора – 182 мг-экв/кг; подвижного калия – 62 мг-экв/кг.

В ходе проведения сорбционного эксперимента определяли процент поглощения катионов меди (II) и кадмия почвой, установлены равновесные концентрации определяемых элементов (таблица 1).

Таблица 1 – Поглощение ионов меди (II) кадмия почвой в статических условиях модельного эксперимента

$C_{исх}$ медь, моль/л	Поглощенное количество, % медь	$C_{исх}$ кадмий, моль/л	Поглощенное количество, % кадмий
2×10^{-4}	63,4%	9×10^{-6}	14,5%
3×10^{-4}	32,3%	2×10^{-5}	12,8%
8×10^{-4}	16,4%	4×10^{-5}	7,5%
2×10^{-3}	12,5%	9×10^{-5}	5,3%
3×10^{-3}	4,1%	2×10^{-4}	1,6%

Поглощение ионов меди из растворов в условиях проведения сорбционного эксперимента происходило в больших количествах по сравнению с ионами кадмия. Характер зависимости количеств поглощенных металлов от состава равновесного раствора являлся, по всей вероятности, следствием энергетической неоднородности центров почвенного поглощающего комплекса. Для ионов меди (II) характерна адсорбция в интервале микроконцентраций. Так, при увеличении исходных концентраций меди (II) в 15 раз процент сорбции дерново-подзолистой супесчаной почвой изменялся от 63,4 % до 4,1 %. Характер поглощения ионов кадмия отличается – процент поглощения невелик, так, при внесении в почву соединений кадмия в дозе 9×10^{-6} моль/л процент поглощения составил 14,5; при увеличении концентрации в 20 раз поглощенное количество кадмия составило 1,6 %. Предполагается, что сорбция протекает по неспецифическому типу, обусловлена молекулярными и кулоновскими силами, осуществляется главным образом в диффузной части двойного электрического слоя и мало зависит от природы ионов.

Почвы обладают способностью селективно (избирательно) поглощать катионы одного рода в ущерб катионам другого рода. Более точным показателем специфической адсорбции является константа ионного обмена (коэффициент селективности). Коэффициент селективности показывает характер распределения катионов между твердой частью почвы (почвенный поглощающий комплекс) и почвенным раствором. В области низких концентраций наблюдается спе-

цифическое взаимодействие (образуются соединения с координационной связью, преимущественно с донорно-акцепторным механизмом образования химической связи) [6]. Коэффициенты селективности поглощения исследуемых ионов и кальция почвой представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Коэффициенты селективности поглощения ионов меди, кадмия и кальция почвой

$C_{исх}$ медь, моль/л	$K_{селект. Cu^{2+}/Ca^{2+}}$	$C_{исх}$ кадмий, моль/л	$K_{селект. Cd^{2+}/Ca^{2+}}$
2×10^{-4}	17,8	9×10^{-6}	6,3
3×10^{-4}	4,9	2×10^{-5}	6,5
8×10^{-4}	2,1	4×10^{-5}	3,0
2×10^{-3}	1,6	9×10^{-5}	2,1
3×10^{-3}	0,5	2×10^{-4}	0,6

$$K_{TM/Ca} = \frac{[TM_{\text{наб}}][Ca^{2+}]}{[EKO - TM_{\text{наб}}][TM^{2+}]}$$

где $[Me_{\text{погл}}]$ – количество поглощенных ионов металла, мг-экв /на 1г почвы; $[Ca^{2+}]$ – количество кальция в растворе, моль/л; $[Ca^{2+}_{\text{погл}}] = EKO - Me_{\text{погл}}$ – количество поглощенного кальция, мг экв/ на 1г почвы; EKO – емкость катионного обмена; $[Me^{2+}]$ – количество ионов металла в растворе, моль/л.

Высокая концентрация катиона кальция, который адсорбируется неспецифически, в значительной мере подавляет ионообменное поглощение ионов меди и кадмия, и они адсорбируются на местах селективного поглощения, т.е. специфически. При концентрации ионов меди 2×10^{-4} и кадмия 9×10^{-6} моль/л, коэффициенты селективности составляют 17,8 и 6,3 соответственно; с увеличением вносимых концентраций коэффициенты селективности снижаются. Так при внесении ионов меди в дозе 3×10^{-3} , а ионов кадмия – 2×10^{-4} моль/л вычисленные значения констант составили 0,5 и 0,6 соответственно, что свидетельствует об усилении конкуренции за ионообменные адсорбционные места со стороны катионов кальция. Таким образом, ионы меди и кадмия наиболее полно адсорбируются почвой при низких концентрациях.

Почва представляет собой мощную буферную систему, обладающую различными механизмами противодействия изменению pH среды. Растворение почвенных минералов, усвоение питательных веществ растениями, окислительно-восстановительные и другие физико-химические процессы в почве находятся в тесной связи с реакцией почвенного раствора. От величины pH зависит подвижность и доступность растениям практически всех элементов питания.

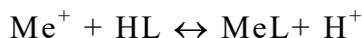
В условиях модельного сорбционного эксперимента регулярно контролировали значения pH растворов, в результате поглощения ионов металлов почвой происходило уменьшение величины pH равновесных растворов. При повышении равновесной концентрации вводимой соли меди(II) в 200 раз происходит снижение pH почвенной вытяжки на 1,38 единиц – с 4,80 до 3,42. Это, по всей видимости, объясняется процессами гидролиза катионов тяжелых металлов, адсорбцией гидролизованых форм, вытеснением в раствор ранее адсорбированных ионов водорода. При внесении раствора $Cd(NO_3)_2$ в концентрациях 9×10^{-6} , 2×10^{-5} , 4×10^{-5} , 9×10^{-5} , 2×10^{-4} моль/л к пробам почвы значения pH вытяжки снижались от 4,8 до 3,98 единицы. Данные значения pH характеризуют увеличение количества свободных ионов водорода в почвенном растворе, которые вытесняются катионами контактирующего раствора и коадсорбцией OH⁻ – групп при поглощении катионов тяжелых металлов. Снижение кислотности и повышение содержания гумуса в почве способствует увеличению неспецифической и общей максимальной адсорбции тяжелых металлов и их закреплению в почвенном поглощающем комплексе [8].

В результате сорбции гидратированных катионов почвы образуются как внешне-, так и внутрисферные поверхностные комплексные соединения. Основной характеристикой, определяющей выход комплекса при фиксированных условиях и заданных начальных концентрациях, является константа равновесия реакции его образования.

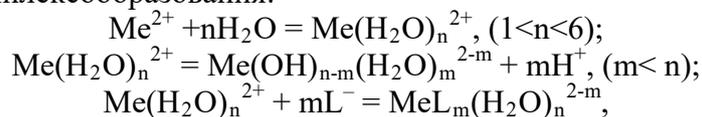
Расчет концентрации комплексного иона проводили по формуле:

$$[ML] = \frac{[M] \cdot [L]^i}{[B]}$$

Концентрация водородных ионов в растворе является одним из наиболее важных факторов, определяющих равновесие реакции образования комплекса. Это обусловлено тем, что большинство органических реагентов и полифункциональных сорбентов (в том числе и почвы) относятся к слабым кислотам. Если ограничиваться рассмотрением диссоциации сорбента и гидролиза иона металла только по первой ступени, то схему комплексообразования можно представить в виде:



В равновесном растворе поведение катионов металлов определяет процессы гидратации, гидролиза и комплексообразования:



где Me^{2+} – катион двухвалентного металла; L^{-} – однозарядный анион (лиганд).

В таблицах 3, 4 представлены расчетные данные по возможному содержанию комплексных соединений изучаемых катионов с гидроксогруппами в качестве лигандов. При сорбции ионов металлов происходило закисление растворов, существование гидроксокомплексов существенно снижалось как для ионов меди (II), так и кадмия. Содержание форм CuOH^{+} варьировало в интервалах от $5,6 \times 10^{-6}$ до $1,9 \times 10^{-6}$ моль/л соответственно. Приоритетными комплексными соединениями кадмия являются $[\text{Cd}(\text{OH})]^{+}$, содержание которых составило от $4,55 \times 10^{-8}$ до $2,41 \times 10^{-7}$ моль/л, что свидетельствует о сорбции ионов по специфическому типу в плотной части двойного электрического слоя и предполагает образование более прочных связей координационного типа [9].

Таблица 3 – Содержание гидроксокомплексов меди (II) в почвенных вытяжках моль/л

$C_{\text{исх}}$ медь, моль/л	CuOH^{+}	$\text{Cu}(\text{OH})_2$	$[\text{Cu}(\text{OH})_3]^{-}$	$[\text{Cu}(\text{OH})_4]^{2-}$
2×10^{-4}	$1,9 \times 10^{-6}$	$1,9 \times 10^{-9}$	$2,0 \times 10^{-17}$	$1,7 \times 10^{-26}$
3×10^{-4}	$1,9 \times 10^{-6}$	$1,9 \times 10^{-9}$	$2,0 \times 10^{-17}$	$1,7 \times 10^{-26}$
8×10^{-4}	$3,9 \times 10^{-6}$	$4,3 \times 10^{-9}$	$5,0 \times 10^{-17}$	$4,7 \times 10^{-26}$
2×10^{-3}	$6,4 \times 10^{-6}$	$8,1 \times 10^{-9}$	$1,1 \times 10^{-17}$	$1,2 \times 10^{-26}$
3×10^{-3}	$5,6 \times 10^{-6}$	$5,0 \times 10^{-9}$	$4,6 \times 10^{-17}$	$3,5 \times 10^{-26}$

Таблица 4 – Концентрации гидроксокомплексов ионов кадмия в почвенном растворе моль/л

$C_{\text{равн}}$ моль/л	$[\text{Cd}(\text{OH})_4]^{2-}$	$[\text{Cd}(\text{OH})_3]^{-}$	$[\text{Cd}(\text{OH})_2]^0$	$[\text{Cd}(\text{OH})]^{+}$
8×10^{-6}	$1,04 \times 10^{-27}$	$3,13 \times 10^{-20}$	$5,00 \times 10^{-12}$	$2,41 \times 10^{-7}$
2×10^{-5}	$1,04 \times 10^{-27}$	$3,13 \times 10^{-20}$	$5,00 \times 10^{-12}$	$2,41 \times 10^{-7}$
4×10^{-5}	$1,71 \times 10^{-30}$	$3,20 \times 10^{-22}$	$3,20 \times 10^{-13}$	$9,63 \times 10^{-8}$
9×10^{-5}	$5,74 \times 10^{-33}$	$5,31 \times 10^{-24}$	$2,62 \times 10^{-14}$	$3,90 \times 10^{-8}$
2×10^{-4}	$9,34 \times 10^{-34}$	$1,67 \times 10^{-24}$	$1,59 \times 10^{-14}$	$4,55 \times 10^{-8}$

Концентрации ди-, три- и тетралигандных соединений для обоих исследуемых катионов незначительны. По всей вероятности, данные ионы в большей степени будут образовывать устойчивые соединения с органическими компонентами почвы. Органическое вещество – лучший сорбент тяжелых металлов по сравнению с минеральными коллоидами, особенно в кислой среде. Способность органического вещества почвы поглощать катионы тяжелых металлов неодинакова для разных элементов. Гуминовые кислоты органического вещества избирательно взаимодействуют с некоторыми катионами тяжелых металлов, в частности по абсолютным величинам поглощения $\text{Cu}^{2+} > \text{Cd}^{2+}$.

Выводы. Выявлен факт селективного поглощения почвами ионов тяжелых металлов из растворов и установлено, что при малых концентрациях растворов ($\sim 2 \times 10^{-4}$ моль/л) сорбируется $\sim 63,4$ вес. % ионов меди, при внесении ионов кадмия в дозе 9×10^{-6} моль/л процент поглощения составил 14,5 вес. %. Определены коэффициенты селективности поглощения изучаемых ионов по сравнению с кальцием в почве. Показано, что значения коэффициентов при малой концентрации Cu^{2+} и Cd^{2+} в растворах порядка 2×10^{-4} моль/л для меди и 9×10^{-6}

моль/л для кадмия достигают ~17,8 и 6,3 соответственно. Установлено, что коэффициент селективности поглощения уменьшается с увеличением концентрации тяжелого металла и при достижении $\sim 3 \times 10^{-3}$ для меди и $\sim 2 \times 10^{-4}$ для ионов кадмия может иметь место эквивалентный обмен катионов тяжелых металлов на поглощенный кальций.

В работе на основании экспериментальных данных определено содержание катионов двухвалентных металлов меди и кадмия, рассчитаны концентрации комплексных ионов с учетом содержания лигандов в почвенных образцах. В области доминирования комплексов реакции комплексообразования можно считать проходящими количественно и пригодными для аналитических целей изучения подвижности ионов меди (II) и кадмия.

Изучение накопления тяжелых металлов в почвах и их миграция в системе твердая фаза-почвенный раствор является важнейшей задачей, решение которой позволяет прогнозировать и оценивать состояние почвенного покрова, разрабатывать методы и проводить мероприятия по снижению поступления токсикантов и ликвидации токсико-экологических исследований промышленного производства.

Литература

1. Ладонин, Д.В. Соединения тяжелых металлов в почвах – проблемы и методы изучения / Д.В. Ладонин // Почвоведение. – 2003. – № 6. – С. 682–692.
2. Минкина, Т.М. Техногенное загрязнение почв тяжелыми металлами. Учебное пособие / Т.М. Минкина [и др.]. – Ростов н/Д : Изд-во «Копицентр», 2003. – 76 с.
3. Садовникова, Л.К. Использование почвенных вытяжек при изучении соединений тяжелых металлов / Л.К. Садовникова // Химия в сельском хозяйстве. – 1997. – № 2. – С. 37–40.
4. Головатый, С.Е. Тяжелые металлы в агросистемах Республики Беларусь / С.Е. Головатый ; под ред. Т.В. Левитана. – Минск : унитарн. предпр. Институт почвовед. и агрохим., 2002. – 235 с.
5. Минеев, В.Г. Практикум по агрохимии / В.Г. Минеев [и др.] ; под ред. В.Г. Минеева. – Москва : МГУ, 1989. – С.56–66.
6. Пинский, Д.Л. Поведение Cu (II), Zn (II), Pb (II), Cd (II) в системе раствор – природные сорбенты в присутствии фульвокислоты / Д.Л. Пинский [и др.] // Почвоведение. – 2004. – № 3. – С. 291–300.
7. Пинский, Д.Л. К вопросу о механизмах ионообменной адсорбции тяжелых металлов почвами / Д.Л. Пинский // Почвоведение. – 1998. – № 11. – С. 1348–1355.
8. Пинский, Д.Л. Ионообменные процессы в почвах / Д.Л. Пинский. – Пущино, 1997. – 166 с.
9. Соколова, Т.А. Сорбционные свойства почв. Адсорбция. Катионный обмен: учебное пособие / Т.А. Соколова, С.Я. Трофимов. – Тула : Гриф и К, 2009. – 172 с.

ИНФОРМАТИКА

УДК 681.32.001

Автоматизация оценки риска смертности человека с использованием дискриминантного анализа

Н.Б. ОСИПЕНКО¹, А.Н. ОСИПЕНКО²

Описывается один из вариантов трехэтапного скрининга здоровья населения. Предлагается способ использования паспортных данных для предварительной экспресс-диагностики групп риска обследуемого человека. Для решения задачи распознавания двух групп риска смертности использованы три метода: дискриминантного анализа, голосования и коллектива решающих правил. На примере пробного исследования показывается практическая целесообразность применения этих данных на первом этапе скрининга.

Ключевые слова: паспортные данные, распознавание образов, дискриминантный анализ данных, риск смертности.

One of options of three-stage screening of health of the population is described. A method of using the passport data for preliminary express diagnostics of risk groups of the examined person is offered. For the solution of a problem of recognition of two risk groups of mortality three methods are used: discriminant analysis, vote and collective of decisive rules. On the example of trial research practical expediency of application of these data at the first stage of screening is shown.

Keywords: passport data, recognition of images, discriminant analysis of data, risk of mortality.

Введение. Задача выявления причин смертности и, в частности, особенностей основных групп риска по статистическим данным является одной из ведущих в сфере санитарно-гигиенических исследований. Особенность современного момента состоит в том, что появляются технические возможности для массового скрининга здоровья населения [1], [2]. Разрабатываются и внедряются различные концепции такого скрининга по поводу ранней диагностики и профилактики онкозаболеваний, туберкулеза, сердечнососудистых и других заболеваний. В связи с этим возникает проблема согласования и синхронизации всех этих обследований в рамках единой концепции общереспубликанского скрининга здоровья населения.

В настоящей работе предлагается для этих целей разработать методологию и программно-технологическое обеспечение предварительной экспресс-диагностики на основе паспортных сведений, данных о группе крови, антропометрии, анамнезе и иной стандартной информации, имеющейся в поликлинических базах данных. В перспективе к этой информации могут быть добавлены данные биометрии (отпечатки пальцев, фотографии сетчатки глаза), фрагменты почерка. В еще более далекой перспективе – данные недорогого экспресс-анализа ДНК. В результате такой диагностики для каждого человека будут сформированы оценки вероятностей принадлежности к основным группам риска.

На втором этапе скрининга должно осуществляться подробное анкетирование граждан по поводу соответствующих целевых проблем в наиболее вероятных для них группах риска.

Наконец, только на третьем этапе предполагается перейти к более дорогостоящему детальному клиническому и амбулаторному обследованию (если в этом появляется необходимость).

Обоснование целесообразности использования паспортных данных в статистическом анализе причин смертности населения. Наиболее спорным в предлагаемой трехэтапной схеме массового скрининга является первый этап. Основной довод – высокие ошибки диагностики. Как показывает проведенный нами пробный анализ статистических связей паспортных данных и основных причин смерти [2], такие связи имеются, и они вполне пригодны для предварительного распределения жителей по группам риска. Что касается ошибок этой диагностики, то, во-первых, окончательное решение об отнесении человека к группе риска (или к нескольким группам риска) на завершающей фазе первого этапа должен принимать участковый терапевт. Результаты компьютерной обработки по этому человеку носят статус дополнительной ориенти-

рующей информации. Они позволят специалисту быстрее сфокусироваться на потенциально более слабых сторонах здоровья обследуемого. Особенно это касается молодежи и лиц среднего возраста, практически никогда самостоятельно не обращавшихся за медицинской помощью.

Во-вторых, ошибки первого этапа скрининга (отнесение не к своей группе риска) могут быть выявлены на втором этапе. В этой ситуации обследуемому придется провести дополнительное анкетирование по иной группе риска, подобранной для него врачом с учетом компьютерной обработки его первой анкеты. В любом случае, наличие первого этапа скрининга позволит уйти от обременительного анкетирования сразу по всем группам риска. В оптимальном варианте их должно быть не меньше десятка.

Описание исходных данных для статистического анализа. Для решения задачи оценки риска смертности от некоторых заболеваний (в нашем случае два вида: с быстрой или медленной потерей трудоспособности) поиск исходной информации осуществлялся в Интернете, и поэтому многие данные, например, показатели медицинских обследований, которые обычно применяют в задачах такого рода, использованы быть не могли в связи с проблемами их доступности. Но схема данного исследования может быть использована в качестве прототипа решения задачи оценка риска смертности.

В качестве исходного материала для пробного исследования возможностей использования паспортных сведений на первом этапе скрининга послужила выборка из 106 знаменитых людей. Данные подготавливались в системе Excel. По каждому человеку из Интернета брались данные в виде строки: имя; фамилия; страна, в которой жил человек; тип менталитета; день, месяц и год рождения; день, месяц и год смерти; количество жен (мужей); количество детей (включая приемных); основной род занятий по жизни (профессия); общая причина смерти (заболевание сердечнососудистой системы – инфаркт или инсульт – 1, онкозаболевание – 2, другие болезни – 3, несчастные случаи – 4, преднамеренное убийство – 5, иное – б); детализация подсистем организма в структуре общей причины смерти:

(1) причина смерти (сердечнососудистые заболевания): сердце (инфаркт и др), мозг (инсульт и др.);

(2) причина смерти (онкозаболевания) система: нервная (мозг и т. д.), эндокринная (железы: щитовидная, поджелудочная и т. д.), дыхательная, пищеварительная, мочевая (почки и т. д.), половая, опорнодвигательная (кости), кроветворная и иммунная, органов чувств (глаза, кожа, уши, гортань, нос), иное, включая: лимфа, селезенка, мягкие ткани, ткани сосудов;

(3) причина смерти (хронические болезни): детализация подсистем организма та же, что в причине смерти (2) (онкозаболевания);

(4) причина смерти (несчастные случаи): авария, смертельные травмы, самоубийство, отравление.

Для обработки данных использовался пакет «Statistica», в частности его средства подготовки новых переменных путём того или иного преобразования исходных признаков, а также программы анализа вариантов, построения гистограмм, матриц корреляций признаков, классификации данных и дискриминантного анализа. Кроме того, в рамках этого пакета была написана программа обучения распознаванию групп риска.

Входной информацией в методе дискриминантного анализа системы Statistica являются: количество супругов, количество детей, значения элементов психоматрицы человека, рассчитанной по алгоритму квадрата Пифагора (КП1–КП9), тип заболевания. Исходными данными для задачи распознавания групп риска явились полученные компоненты десятимерного вектора психоматрицы человека по квадрату Пифагора и другие признаки, описывающие человека, такие, как пол, возраст, количество детей и др.

Перевод даты рождения, имени и фамилии в качественные признаки. Перевод даты рождения в набор числовых качественных признаков осуществлен с помощью общеизвестного алгоритма Пифагора и описан в работе [3]. В итоге из даты рождения получают следующие признаки: число (цифра) даты (получено путем поэтапного сложения всех ее цифр пока в сумме не получится одна цифра); количества встречаемости цифр 0, 1, ..., 9 в рабочих числах алгоритма Пифагора [3]; образованные из предыдущих десяти номинальных признаков бинарные признаки, показывающие наличие или отсутствие, например, ноль двоек, одной двойки и т. д. в квадрате Пифагора.

Для перевода имени и фамилии в признаки для распознавания групп риска нумерология предлагает множество различных соответствий букв и цифр. В настоящей работе использована чи-

словая азбука [4], с помощью которой можно вместо буквы ставить числа: А-1, Б-2, В-3, Г-4, Д-5, Е-6, Ж-7, З-8, И-9, К-10, Л-20, М-30, Н-40, О-50, П-60, Р-70, С-80, Т-90, У-100, Ф-200, Х-300, Ц-400, Ч-500, Ш-600, Щ-700, Ю-800, Я-900, Э-1000. В работе [4] приведена таблица содержательных значений этих числовых кодов. Например, для известного баснописца Ивана Крылова кодирование имеет следующий вид: И-9, В-3, А-1, Н-40. В сумме 53; К-10, Р-70, Ы-0, Л-20, О-50, В-3. В сумме 153. Складываем обе полученные суммы ($53+153=206$). Полученное число ищем в приведенной в [4] таблице. Но так как точно числа 206 в ней нет, то его следует разбить на $200 + 6$. Для числа 200 находим: хладнокровие, слабохарактерность, для 6-труд, свободолюбие, успех. Как видно из биографии знаменитого баснописца, все эти качества были налицо. Теперь поступим с числом 206 иначе. Сложим его цифры до двузначного или однозначного вида. И снова обратимся к таблице содержательной интерпретации чисел: 8 – величие, кротость, справедливость.

При наличии обучающей выборки в несколько сотен тысяч человек можно было бы воспользоваться полностью описанной здесь кодировкой. В нашем же пробном примере применялась только однозначная кодировка. При этом были образованы группы бинарных признаков для имени, для фамилии и для имени вместе с фамилией. Соответствующие числа (цифры) преобразовывались в последовательность из девяти бинарных признаков. Например, у семерки на седьмом месте в такой последовательности стоит единица, а на других местах – нули.

Алгоритм распознавания групп риска методом голосования. В связи с небольшим объемом пробной выборки вместо четырех общих групп риска были выделены две. В первую группу вошли люди, умершие от сердечнососудистых заболеваний и от несчастных случаев. Для нее характерна быстрая потеря жизнеспособности организма. Во вторую группу вошли те, у кого такая потеря шла постепенно – это умершие от онкозаболеваний и других хронических болезней. Также из-за недостаточного объема исходной выборки не удалось осуществить полноценное выделение ее однородных подвыборок, в частности использовать для этого признаки пола, менталитета и продолжительности жизни (ранние смерти и смерти в зрелом возрасте). Сам алгоритм распознавания групп риска разбит на два этапа.

Этап 1. Обучение распознаванию групп риска.

1.1. Построение матрицы взаимных корреляций по всем признакам, включая целевой признак принадлежности к первой или второй обобщенным группам риска.

1.2. Выбор признаков, имеющих более или менее значимую связь с целевым свойством (в качестве критерия выбора информативного признака в нашем случае бралось условие для коэффициента корреляции: $|r| \geq 0,1$). Положительная корреляция говорит о том, что признак в большей степени «голосует» за вторую группу риска и, наоборот, отрицательная корреляция говорит о предпочтении первой группы риска.

1.3. Формирование дискриминантной функции.

Пусть $P_1 = \{p_1^1, p_2^1, \dots, p_{n_1}^1\}$ – множество признаков, голосующих за первую группу риска, а $P_2 = \{p_1^2, p_2^2, \dots, p_{n_2}^2\}$ – множество признаков, голосующих за вторую группу риска. Вероятность B_1 отнесения объекта x к классу 1 вычисляется по формуле:

$$B_1 = (\sum_{i=1}^{n_1} x_i^1 / n_1) / ((\sum_{i=1}^{n_1} x_i^1) / n_1 + (\sum_{j=1}^{n_2} x_j^2) / n_2),$$

где $x_i^1, (i = 1, \dots, n_1)$ – значения признаков из множества P_1 для объекта x ; $x_j^2, (j = 1, \dots, n_2)$ – значения признаков из множества P_2 для объекта x .

Соответственно, $B_2 = 1 - B_1$ – вероятность отнесения объекта x к классу 2.

Этап 2. Экзамен алгоритма распознавания групп риска.

Обычно экзамен проводится для объектов, не участвовавших при построении дискриминантной функции. Принятие решения об отнесении объекта к группе риска имеет вид:

$$R = \begin{cases} 1, & \text{если } B_1 - B_2 \geq \alpha; \\ 2, & \text{если } B_2 - B_1 \geq \alpha; \\ 0, & \text{если } |B_1 - B_2| < \alpha, \end{cases}$$

где $0 \leq \alpha \leq 0.5$ (в нашем примере $\alpha = 0.2$).

Если $R = 0$, то программа не может различить группу риска для объекта x .

Результаты распознавания групп риска. Результатом дискриминантного анализа системы Statistica являются функции классификации, построенные одним из её методов (стандартным). С помощью полученных классификационных функций можно вычислить значения удаленности от центра группы для произвольного человека и отнести его к группе с медленной (Slow) или быстрой (Rapid) потерей трудоспособности:

$$\text{Slow} = 13,6\text{КП1} + 15,1\text{КП2} + 17,4\text{КП3} + 13,9\text{КП4} + 14,8\text{КП5} + 16,0\text{КП6} + 13,3\text{КП7} + 14,9\text{КП8} + 13,3\text{КП9} + 1,6\text{КС} + 0,05\text{КД-94,632},$$

$$\text{Rapid} = 14,0\text{КП1} + 15,4\text{КП2} + 17,8\text{КП3} + 14,4\text{КП4} + 14,8\text{КП5} + 16,3\text{КП6} + 14,2\text{КП7} + 14,8\text{КП8} + 13,1\text{КП9} + 1,4\text{КС} + 0,3\text{КД-98,0136},$$

где КП1–КП9 – элементы психоматрицы квадрата Пифагора; КС – количество супругов; КД – количество детей.

Результатом обучения метода голосования, используя паспортные данные для распознавания двух групп риска заболеваний с медленной (Slow) или быстрой (Rapid) потерей трудоспособности: по обучающей выборке объема 106, явились два множества информативных признаков, приведенные в таблице 1. Для первого класса (быстрая потеря трудоспособности организма) и для второго (постепенная потеря трудоспособности организма) множества информативных признаков не пересекаются.

Таблица 1 – Результаты обучения метода голосования

Класс	КП1	КП2	КП3	КП4	КП5	КП6	КП7	КП8	КП9	Дети	СЦД	СЦИ	СЦФ	СЦИФ
1	3	0-1		0			≥ 2	≥ 2	≥ 2	≤ 1	9	5,6,7,8	3,5,9	1,4,5
2		≥ 2		≥ 1			≤ 1	≤ 1	1	≥ 2	4,5,7	1,3,9	1,4	2

Как видим, первую группу от второй отличают высокие потенциалы воли (КП1(3)), творчества (КП7(≥ 2)), внушаемости (КП8(≥ 2)), памяти (КП9(≥ 2)) и низкие потенциалы энергии (КП2(0-1)) и здоровья (КП4(0)). Для первой группы риска характерны также недостаток детей (Дети(≤ 1)), суммарная цифра даты рождения 9, суммарная цифра имени 5, 6, 7 или 8, суммарная цифра фамилии 5 или 9, суммарная цифра имени и фамилии 1, 4 или 5. Отметим, что для второй группы риска характерны немалое количество детей в семье (Дети(≥ 2)) и отсутствие эмпатии (КП8(≤ 1)). Все это способствует дисгармоничной семейной жизни и стрессам. По мнению многих специалистов, продолжительные стрессы и депрессивные состояния являются самым главным фактором онкозаболеваний.

В целом интерпретация этих признаков не противоречит имеющимся представлениям о различии первой и второй групп риска.

Итоговые интегральные результаты сравнения оценки смертности методами голосования и дискриминантного анализа данных системой Statistica приведены в таблице 2. Оценка качества дискриминантной функции проводилась по исходной выборке объема 106. При этом ошибка первого рода оценки смертности методами голосования и дискриминантного анализа данных системой Statistica (отнесение объекта первого класса ко второму) составила 0,16 и 0,04, ошибка второго рода – 0,01 и 0,16, доля отказов – 0,41 и 0,27, вероятность правильного распознавания – 0,42 и 0,53.

Таблица 2 – Результаты сравнения оценки смертности тремя методами

	Вероятность ошибки 1 рода	Вероятность ошибки 2 рода	Вероятность отказа	Вероятность правильного распознавания
Метод голосования	0,16	0,01	0,41	0,42
Метод дискриминантного анализа в системе Statistica	0,04	0,16	0,27	0,53
Метод коллектива решающих правил	0,1	0,11	0,12	0,67

Анализ полученных результатов показал, что точность оценки смертности, выдаваемой двумя методами голосования и дискриминантного анализа в системе Statistica, можно улучшить. Для этой цели был построен коллектив решающих правил на базе этих двух методов.

Пусть R_{gol} , R_{discr} и R_{col} – решения по отнесению человека к группам с медленной (Slow) или быстрой (Rapid) потерей трудоспособности, полученные методами голосования, дискриминантного анализа системы Statistica и коллектива решающих правил. По полученным результатам двумя методами R_{gol} , R_{discr} – голосования и дискриминантного анализа системы Statistica построим коллектив решающих правил.

$$R_{col} = \begin{cases} R_{gol}, & \text{если } R_{gol} = 2 \text{ и } P_{gol}(2) - P_{gol}(1) > P_{discr}(1) - P_{discr}(2), \\ R_{discr}, & \text{если } R_{discr} = 1 \text{ и } P_{discr}(1) - P_{discr}(2) > P_{gol}(2) - P_{gol}(1), \end{cases}$$

где $P_{gol}(1), P_{gol}(2)$ – вероятности отнесения к классам 1 (Slow) и 2 (Rapid) по методу голосования; а $P_{discr}(1), P_{discr}(2)$ – вероятности отнесения к классам 1 (Slow) и 2 (Rapid) по методу дискриминантного анализа системы Statistica.

Как видно из таблицы 2, использование коллектива решающих правил позволило получить более точный результат прогноза.

Заключение. Несмотря на небольшой объем выборки в проведенном пробном исследовании, можно утверждать, что паспортные данные вполне пригодны для включения их в список признаков при экспресс-диагностике группы риска на первом этапе скрининга здоровья населения.

В работе использованы три метода (дискриминантный анализ, реализованный в системе Statistica, голосование и коллектив решающих правил) для решения задачи распознавания двух групп риска смертности (с медленной или быстрой потерей трудоспособности), в основном от сосудистых или онкологических заболеваний для выборки знаменитых людей с известной общей причиной смерти.

Исследование представляет собой логически заверченный макет для разработки полноценного инструментария автоматизации сравнения методов оценки риска смертности. Доля ошибок первого и второго рода (на уровне 10 %) итогового метода распознавания для обучающей выборки с использованием в основном только паспортных данных, говорит о перспективности и целесообразности продолжения подобных работ, но уже с привлечением данных медицинской диагностики.

Литература

1. Большакова, Г.И. Построение модели факторов здоровья сельского населения по данным скринингового обследования / Г.И. Большакова [и др.] // Известия Гомельского гос. университета им. Ф. Скорины. – 2006. – № 4 (37). – С. 113–115.
2. Осипенко, Н.Б. Пример «выращивания» регрессионной модели социального явления на базе критерия правдоподобности ее интерпретации / Н.Б. Осипенко, А.Н. Осипенко, К.А. Осипенко // Проблемы физики, математики и техники. – 2013. – № 4 (17). – С. 85–88.
3. Осипенко, К.А. Метод регрессионного моделирования продолжительности жизни по дате рождения / К.А. Осипенко, Н.Б. Осипенко // Творчество молодых 2012: сборник научных работ студентов и аспирантов УО «ГГУ им. Ф. Скорины»: в 2 ч. / Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины; отв. ред. О.М. Демиденко. – Гомель, 2012. – Ч. 1. – С. 194–197.
4. Хигир, Б.Ю. Число имени / Б.Ю. Хигир. – СПб.: Астрель, 2008. – 42 с.

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

²Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

УДК 007.003; 007.008; 65.0; 681.3

Проектное моделирование структуры управляющей системы технологическим циклом производства

В.С. СМОРОДИН, А.В. КЛИМЕНКО

Рассматривается новый способ проектирования структуры управляющей системы технологическим циклом производства для вероятностных технологических процессов, в котором временные интервалы выполнения управляющих воздействий являются случайными величинами. Для решения задач исследования управляющей системы предлагается использовать метод динамической имитации сложных технических систем, когда динамику функционирования технической системы можно описать на уровне элементов управления со сложной логикой с использованием процедур Монте-Карло.
Ключевые слова: моделирование, система, метод, исследование, процесс, технологии, операции.

A new way of designing the structure of the control system of technological cycle of production for probabilistic technological processes in which time intervals of the implementation of control actions are random variables is considered. To meet the challenges of research management system it is proposed to use the method of dynamic simulation of complex technical systems, where the dynamics of the technical functioning of the system can be described on the level of control with complex logic using Monte Carlo procedures.

Keywords: modeling, system, method, study, process, technologies, operations.

Введение. Эффективным средством для обоснования решений по сложным проблемам, возникающим при анализе функционирования сложных технических систем, является системный подход к объекту исследования. К актуальным задачам в данной области можно отнести выбор стратегии реагирования на возникновение отказов функционирования оборудования при реализации систем управления технологическими процессами опасного производства, управление быстротекущими процессами в режиме реального времени, выбор оптимальной стратегии при снятии с эксплуатации объектов с техногенно опасными технологиями. При этом недостаток данных, а также отсутствие достоверной информации для анализа сложных систем и процессов, приводит к необходимости использования математических методов принятия решения в условиях неопределенности и риска. Это связано в первую очередь с уровнем сложности и организованности вероятностных технологических систем [1], а также качественными характеристиками технологических операций и степенью надежности оборудования.

Основной задачей управления технологическим циклом производства является реализация последовательности универсальных механизмов, позволяющих организовать выполнение производственного цикла эффективно и безопасно. Исследования показывают, что определение стратегии надёжной работы системы управления, работающей в условиях воздействия большого числа разнообразных факторов, влияющих как на работу самой системы, так и на реализацию технологического цикла производства, сложный и трудоемкий процесс, требующий рассмотрения множества возможных вариантов структуры управляющей системы. Для определения вариантов устойчивого безотказного функционирования системы управления, обеспечивающего генерацию и исполнение команд, которые позволяют регулировать и упреждать возникновение опасных ситуаций в ходе реализации потенциально опасных производств, успешно применяется метод динамической имитации вероятностных производственных систем [2]. Совершенствование этого метода исследования, как в области его теоретических основ, так и в области средств автоматизации предложенных подходов, несомненно, увеличивает количество инструментальных средств для решения задач проектного моделирования систем управления сложными технологическими объектами и повышает качество решения типовых задач моделирования.

Применение метода динамической имитации в большинстве случаев оправдано отсутствием альтернативных методов исследования, что объясняет его значимость и востребованность при оценке динамики функционирования потенциально опасных объектов на высоком уровне детализации и в дальнейшем может служить основой интеллектуализации анализа процесса управления подобными объектами [3].

Такой подход позволяет также учесть «человеческий фактор» в ходе реализации процедуры управления выполнением технологического цикла производства в условиях воздействия многочисленных факторов внешней среды. Ключевым элементом системного анализа в подобном случае является задача разработки подходящей динамической имитационной модели управляющей системы и выбора совокупности критериев, определяющих качественные характеристики функционирования исследуемого объекта, в качестве цели имитации. Для реально функционирующих технологических объектов, характеризующихся нарушениями выполнения технологического цикла, случайными отклонениями от графика выполнения, возникновением аварийных ситуаций, задача анализа функционирования и оптимального управления еще более усложняется, в связи с чем является актуальной разработка специальных методов их исследования и способов их применения на основе технических средств сопряжения элементов системы управления с технологическим циклом производства.

1. Процедура управления технологическим процессом производства на основе сопряженного аппаратно-программного комплекса.

Устройства оборудования, реализующие средства управления вероятностным технологическим процессом производства, обладают некоторым ресурсом выполнения своих функций, который постепенно уменьшается и зависит от времени активного использования устройства. При достижении значения порогового значения времени активного использования устройства вероятность отказа резко возрастает, поэтому проектное моделирование «оптимальных» в известном смысле систем управления существенно усложняется ввиду наличия отказов оборудования, природа которых вероятностная, и вероятностного характера запросов ресурсов технологического цикла производства множеством технологических операций $\{M\mathcal{X}O_{ij}\}$.

В процессе функционирования системы управления (СУ) технологическим циклом производства с использованием средств аппаратного сопряжения может выполняться ряд контрольных функций за изменением значений множества переменных управления $\{U_s\}$. При нормальной реализации процесса управления каждый элемент этого множества должен находиться в допустимых диапазонах изменения между минимальным (U_s^-) и максимальным (U_s^+) значениями s -го компонента множества переменных управления $\{U_s\}$.

При выполнении другой группы технологических операций значения переменных управления могут корректироваться таким образом, чтобы U_s возвращались в допустимые пределы значений ($U_s^- \leq U_s \leq U_s^+$).

По способу использования управляющие переменные разделяются на следующие функциональные группы:

- индикации состояний системы управления (СУ), которые используют минимальное количество ресурсов;
- исполнительные элементы (не контролируют и не меняют компоненты $\{U_s\}$);
- контролирующие выход U_s за допустимые диапазоны;
- восстанавливающие значения компонентов U_s в заданных диапазонах их изменения.

В составе системы управления количество контролируемых элементов может изменяться случайным образом: выход параметров технологической операции за допустимые пределы значений осуществляется с вероятностью $P_{\text{АЦО}}$ на величину ΔU_s .

Цель управляющих воздействий состоит в том, чтобы не допустить отказов устройств, обеспечивающих процесс управления технологическим циклом производства, которые могут привести к аварии техногенного характера, за счет своевременного резервирования наиболее важных устройств оборудования и изменения структуры управляющих воздействий. Обычно это достигается упреждением моментов отказа путем своевременного переключения устройств оборудования на резервные устройства и корректировки значений компонентов управления $\{U_j\}$. Упреждение конфликтных ситуаций при функционировании системы управления достигается с помощью аппаратно-программного комплекса, состоящего из средств аппаратного сопряжения технологического цикла производства с параллельно действующей на ЭВМ динамической имитационной моделью процесса управления.

На основе результатов адаптации и отладки в динамике функций реализованной имитационной модели фиксируется статистика имитации, которая используется далее для принятия управленческих решений. В результате обработки статистики в реальном режиме времени удается своевременно переключаться на резервные устройства и минимизировать потери времени и стоимости реализации процесса управления при выходе контролируемых значений за допустимые диапазоны изменения.

В приведенной схеме управления технологическим циклом производства с помощью сопряженного аппаратно-программного комплекса за счет включения схем резервирования на этапе проектирования СУ удается исключить потери времени и увеличение общей стоимости функционирования технологического цикла производства из-за отказов оборудования и выхода значений переменных U_j за допустимые диапазоны их изменений.

Основную сложность реализации подобного рода упреждений составляет разработка алгоритмов и отработка динамики взаимодействия построенной модели с аппаратными средствами сопряжения, фиксирующими запуск и останов задействованного оборудования реального технологического процесса.

2. Алгоритм динамической имитации при автоматизации проектного моделирования систем управления.

При автоматизации проектного моделирования систем управления динамическая имитация осуществляется на основе построения компонентов динамической имитационной модели. При этом исходная структура управления технологическим объектом представляется конечным набором взаимосвязанных математических моделей. Связь между компонентами математических моделей системы управления осуществляется посредством синхронизации взаимодействия агрегатов-имитаторов, входящих в состав компонентов-моделей.

Для построения компонентов динамической имитационной модели системы управления используется агрегатная система автоматизации моделирования, реализующая агрегатный способ имитации сложных систем, в связи с чем используется шесть типов агрегатов-имитаторов:

$ATOP_{ij}$ – агрегаты-имитаторы выполнения технологических операций;

$ASOB_i$ – агрегаты-имитаторы свершения i -го события в процессе имитации функционирования системы управления;

$AOBIN_r$ – агрегаты-имитаторы функционирования оборудования;

$AKAN_r$ и $AOBOP_r$ – агрегаты-имитаторы совместного использования оборудования общего пользования с помощью выделенных каналов;

$APROC_k$ – процедуры-имитаторы с номером k ликвидации аварийной ситуации при выполнении имитационной модели.

Агрегаты-имитаторы $AMTXO_{ij}$ представляют собой четырехполюсные агрегаты, которые имитируют выполнение технологической операции $MTXO_{ij}$. В режиме прямой имитации сигнал приходит от агрегата $ASOB_i$, который по соответствующим функциям распределения формирует значения параметров агрегата (τ_{ijl} ; c_{ijl} ; $\{V_{rij}\}$; $\{mt_{ijl}\}$; $\{ko_{ijl}\}$) в l -ой реализации имитационной модели системы управления. Затем каждый агрегат $ATOP_{ij}$ определяет индивидуальные запросы на ресурсы и оборудование в виде списков запросов ($SPINRS_{ijl}$; $SPOBR_{ijl}$; $SPISP_{ijl}$). Далее происходит обращение к системе распределения ресурсов, которая выделяет требуемые ресурсы на время имитации $MTXO_{ij}$.

Агрегаты $ASOB_i$ являются многополюсными с различным числом входов и выходов. Выходы у $ASOB_i$ могут быть одиночными и «кустовыми». Из «кустовых» выходов агрегата формируются сигналы двух типов: действительный Sg_d , разыгрываемый по вектору вероятностей $\{P_{ijkl}\}$ и $(k-1)$ фиктивных сигналов Sg_f . Выходы $ASOB_i$ нумеруются, поэтому при адресации сигнала указывается номер события i и номер входа r в агрегат $ASOB_j$. Только

действительные сигналы Sg_d , поступающие в режиме прямой имитации на вход $ATOP_{ij}$, иницируют его работу по изложенному алгоритму. Фиктивные сигналы Sg_f обходят алгоритм выполнения $ATOP_{ij}$. При этом у агрегатов $ASOB_j$ используется еще один тип выходных «кустовых» сигналов, называемых резервными выходами $ASOB_j$. С их помощью реализуется так называемое «технологическое резервирование», что позволяет на стадии автоматизации проектирования предоставлять возможность динамического регулирования выполнения множества $\{ATOP_{ij}\}$ в зависимости от текущей структуры системы управления с помощью комбинаций различных типов кустовых выходов и задания соответствующего количества их разветвлений.

На основе анализа статистической информации, собранной в процессе функционирования динамической имитационной модели объекта исследования, принимается окончательный вариант оптимизации структуры системы управления.

3. Способ формализации технологического цикла процесса производства.

Описание процесса реализации технологического цикла основано на использовании в структуре соответствующей модели агрегатов-имитаторов со стандартными элементами и сигналами, которые формируют управляющие воздействия путем их логической комбинации в зависимости от особенностей реализации вероятностного технологического процесса.

Типы элементов различаются между собой степенью сложности алгоритма их выполнения, составом используемых ресурсов и оборудования. Связь между элементами осуществляется с помощью управляющих сигналов двух типов: действительных (Sgd), иницирующих алгоритм выполнения исполнительных элементов, и фиктивных (Sgf), которые минуют основной алгоритм функционирования элемента без его исполнения. Сигналы также имеют сложную структуру и состоят из трёх частей: типа сигнала (π_s), адресной части (ad) и информационная часть (in). У действительного сигнала Sgd_{ij} значение $\pi_s = 1$, а у фиктивного сигнала Sgf_{ij} значение индикатора $\pi_s = 0$. В адресной части ($ad = (i, k, l, j, r)$), где i – номер элемента синхронизации на l -м разветвлении кустового выхода номера k) содержится информация откуда и куда направляется сигнал. Формируется поступающий через исполнительный элемент на r -й вход j -го элемента сигнал в момент срабатывания спусковой функции i -го элемента синхронизации. Информационная часть Sgd_{ij} имеет вид: $in = (ps, so)$, где ps – последствие выполнения элемента, so – состояние системы управления после выполнения исполнительного элемента в момент срабатывания «спусковой» функции. Если при выполнении исполнительного элемента произошла авария оборудования, то формируется признак аварии $ps = '1'$, а при отсутствии аварийной обстановки этот признак равен нулю ($ps = '0'$).

Каждый исполнительный элемент системы управления является двухполюсным и иницируется только действительными сигналами Sgd_{ij} . В случае прихода фиктивного сигнала Sgf_{ij} на вход исполнительного элемента, его алгоритм не выполняется, а сигнал поступает непосредственно на один из входов j -го элемента синхронизации.

В общем случае параметры выполнения алгоритма агрегатов-имитаторов (τ_{ij} , C_{ij} , $\{ko_{r8ij}\}$, $\{mt_{r7ij}\}$, V''_{r4} , V'_{r2}) являются случайными величинами. Списки номеров оборудования, ресурсов, индивидуальных исполнителей и бригад исполнителей являются детерминированными характеристиками для исполнительного элемента с индексом ij . Параметры функционирования оборудования (τ_{VOr} , τ_{BOR} , τ_{AVr}) также являются случайными величинами. Все перечисленные ранее случайные величины перед имитацией должны быть заданы в виде соответствующих функций распределения, которые имеют следующие целевые назначения:

- определяют расход ресурсов исполнительным элементом с индексом ij

$$F_{1ij}(\tau), F_{2ij}(C), F_{3rij}(ko), F_{4rij}(mt), F_{5rij}(V') \quad (1)$$

- задают надёжностные характеристики устройств ВТПП номера r

$$F_{7r}(\tau_{BO}), F_{8r}(\tau_{VO}), F_{9r}(\tau_{AV}), F_{10r}(\Delta C_1), F_{11r}(\Delta C_2), P_{avr}. \quad (2)$$

Таким образом, с помощью функций распределений (1) и (2) описываются вероятностные характеристики поведения соответственно исполнительных элементов при изменении технологического цикла производства. Детерминированные запросы ресурсов каждым исполнителем задаются перед имитацией с помощью множества списков

$$\{r_{1ij}\}, \{r_{2ij}\}, \{r_{3ij}\}, \{r_{4ij}\}, \{r_{5ij}\}, \{r_{6ij}\} \quad (3)$$

и определяют индивидуальность каждого исполнительного элемента системы управления.

4. Синхронизация взаимодействия агрегатов-имитаторов технологических операций.

Принимая во внимание особенности взаимодействия агрегатов-имитаторов, планируется работа исполнительных элементов синхронизации во время реализации алгоритма имитации в зависимости от операционной обстановки (наличия отказов оборудования и выхода контролируемой переменной U_k за пределы допустимых диапазонов изменения её компонентов). Первый тип синхронизатора $SLAST_i$ функционирует по алгоритму логической схемы «и». Допускается любое число входов (a_i), которые нумеруются ($r \leq a_i$). После прихода самого позднего сигнала на один из входов элемента $SLAST_i$: срабатывает «спусковая» функция. В этот момент одновременно формируются все сигналы на разветвлениях выходов элемента. Второй тип синхронизатора $SFIRST_i$ функционирует по алгоритму логической схемы «или». Этот элемент также ожидает прихода сигналов на его входы, и число его входов $r \leq b_i$. С приходом самого раннего сигнала Sgd_{ij} на любой из входов элемента срабатывает «спусковая» функция синхронизатора $SFIRST_i$ и формируются сигналы на выходах элемента. С этого момента остальные сигналы Sgd_{ij} на $SFIRST_i$ игнорируются алгоритмом элемента формирования выходных сигналов. Обработка сигналов элементами $SLAST_i$ и $SFIRST_i$ осуществляется одинаковым образом в момент срабатывания «спусковой» функции элемента.

У элементов синхронизации $SLAST_i$ и $SFIRST_i$ структура выходов одинакова. В общем случае все выходы элементов синхронизации могут быть кустовыми с различным числом разветвлений L_k , где k – порядковый номер выхода ($k \leq l_k$), номер разветвления $l_k = \overline{1, L_k}$. Если $L_k = 1$, то выход номера k называют одиночным. На каждом l_k -м разветвлении выхода номера k в момент срабатывания спусковой функции формируются действительные или фиктивные сигналы (Sgd_{ij} и Sgf_{ij}) от i -го элемента синхронизации на вход исполнителя с индексом ij . Действительные сигналы Sgd_{ij} на l_k -х разветвлениях формируется только в том случае, когда истиной становится булева функция $Z = ps \wedge \gamma_{rs}$. Поэтому в случае поставарийной обстановки во входном сигнале в состоянии $ps = '1'$ активизируется h -е разветвление k -го выхода третьего типа путем посылки Sgd_{ij} на элемент $LICV_{ij}$, ликвидирующий последствия аварии на оборудовании. Изменяя содержимое r -х строк в матрице $\|\gamma_{rh}\|$, регулируется либо активизация элементов $LICV_{ih}$ для ликвидации последствий аварии на оборудовании, либо активизация $UNIV_{ih}$ для ликвидации аварийной ситуации и корректировки значений компонентов вектора $\{U_k\}$. Выходы четвертого типа используются для активизации исполнительных элементов $CORF_{ih}$, которые корректируют значения компонентов вектора $\{U_k\}$ при их выходе за границы допустимых диапазонов значений. Для этого используется матрица $\|\alpha_{rh}\|$, в которой также имеется r строк и h столбцов ($r < h$).

Заключение. В работе рассматривается новый способ проектирования структуры управляющей системы технологическим циклом производства для вероятностных технологических процессов, в котором временные интервалы выполнения управляющих воздействий являются случайными величинами. Для решения задач исследования управляющей системы предлагается использовать метод динамической имитации [4] сложных технических систем.

Данный метод, реализованный на основе новой версии агрегатной системы автоматизации имитационного моделирования, ориентирован на случаи, когда динамику функционирования технической системы можно описать на уровне элементов управления со сложной логикой с использованием процедур Монте-Карло. Предложенный подход позволяет рассчитывать на перспективу дальнейшего его применения при проектном моделировании структуры управляющей системы сложных технологических объектов.

Литература

1. Максимей, И.В. Проблемы теории и практики моделирования сложных систем / И.В. Максимей, В.С. Смородин, О.М. Демиденко. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2015. – 263 с.
2. Смородин, В.С. Метод динамической имитации вероятностных производственных систем / В.С. Смородин // Математичні машини і системи (Mathematical Machines and Systems). – 2012. – № 2. – С. 96–101.
3. Смородин, В.С. Интеллектуальный анализ систем управления потенциально опасными процессами производства / В.С. Смородин // Интеллектуальный анализ информации. ИАИ-2015 : сб. трудов международной научной конференции им. Т.А. Таран; Киев, 20–22 мая 2015 г. – С. 212–219.
4. Смородин, В.С. Реструктуризация имитационных моделей управляемых систем при автоматизации проектного моделирования / В.С. Смородин, А.В. Клименко, Е.И. Сукач, О.А. Шимчик // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 1 (26). – С. 80–84.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 25.01.2016

Об интервальной оценке вероятностных характеристик поточковых систем большой размерности

В.С. СМОРОДИН¹, Е.И. СУКАЧ¹, В.В. КАРАСЁВ², Е.И. КАРАСЁВА³, Д.В. ГЕТИКОВ¹

Излагается подход к исследованию пропускной способности структурно-сложных потоковых систем большой размерности, основанный на принципах диакоптики и позволяющий оценить вероятностные значения пропускной способности исследуемых систем по аналогичным характеристикам их участков.

Ключевые слова: пропускная способность, структурно-сложная система, вероятностно-алгебраическая модель.

The approach to the study of the capacity of structurally complex stream of high dimension systems based on the principles of diakoptics and allowing estimating the probability value of bandwidth of the systems studied on similar characteristics of their sites is stated.

Keywords: throughput, structurally-complex system, probability-algebraic model.

Введение. Известный подход, применяемый для расчёта пропускной способности потоковых систем (ПС) из различных предметных областей, предполагает использование вероятностных показателей пропускной способности участков для формирования итоговых вероятностных значений пропускной способности всей системы. Трудоемкость получения вероятностных оценок пропускной способности ПС с использованием такого подхода зависит как от числа участков, которые выделяются в процессе формализации исследуемой системы, так и от сложности связей между этими участками, представляющими в совокупности графовую структуру.

В том случае, если связи между участками ПС представимы в виде простой графовой структуры, применение метода вероятностно-алгебраического моделирования (ВАЛМ) [1] обеспечивает точную оценку искомых вероятностных показателей ПС при любом числе составляющих её участков. Анализ пропускной способности структурно-сложных ПС, как правило, сводится либо к оценке возможных границ пропускной способности, либо позволяет оценить пропускную способность систем с ограниченным числом участков [2].

В статье предлагается способ формирования вероятностных значений пропускной способности структурно-сложных ПС, не имеющий ограничений на число участков. Для решения поставленной задачи предлагается использовать принципы диакоптики [3], согласно которым система по определенным правилам расчленяется на некоторое число малых подсистем, на основе чего формируется графовая модель исходной системы. Для каждой из подсистем в отдельности проводится анализ и отыскивается решение поставленной задачи, а общее решение получается путем объединения полученных частных решений для подсистем с использованием разработанного математического аппарата. В частности, для оценки вероятностных значений пропускной способности структурно-сложной ПС большой размерности, представимой в виде композиции самостоятельных подсистем, предлагается применить вероятностно-алгебраическое умножение векторов вероятностей, характеризующих выделенные подсистемы, что позволяет значительно расширить возможности существующих методик при расчёте пропускной способности реальных ПС, включающих большое число элементарных участков с вероятностными значениями пропускной способности.

Постановка задачи. Объектом исследования является потоковая система, интерпретируемая в виде графовой структуры $G(N, K)$, где $N = \{N_v\}, v = \overline{1, l}$ – конечное множество вершин, $K = \{K_i\}, i = \overline{1, m}$ – множество ребер, являющихся образами участков исследуемой системы, выделенными в ходе её формализации. Число участков выделяется в соответствии с уровнем детализации ПС. Участки ПС характеризуются численными значениями совокупности параметров, которые изменяются в процессе функционирования системы и определяют возмож-

ные значения пропускной способности участков в текущий момент времени. Предполагается, что значение пропускной способности участков случайным образом изменяется в пределах заданных интервалов, а именно:

$$PR_i \in [PR_{i0}, PR_{in}], i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где m – число участков ПС, PR_i – значение пропускной способности i -го участка, PR_{i0} и PR_{in} – соответственно верхняя и нижняя границы пропускной способности i -го участка. Число состояний участков ПС определяется числом возможных уровней пропускной способности на заданных интервалах (1) и описывается множеством:

$$S = \{S_j\}, j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

которое формируется с учётом степени детализации объекта. Предполагается, что вероятности состояний известны и задаются векторами:

$$P^i = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_n^i), \sum_{j=1}^n p_j^i = 1, i = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Число участков и наличие связей между ними задают вид графа $G(N, K)$, определяющего методику расчёта вероятностных значений пропускной способности ПС.

Ставится задача вероятностной оценки пропускной способности ПС, то есть определения значений вектора вероятностей вида:

$$P^s = (P(S_1), P(S_2), \dots, P(S_n)), \sum_{j=1}^n P(S_j) = 1 \quad (4)$$

и соответствующих интервальных значений пропускной способности по вероятностным значениям пропускных способностей участков:

$$[PR_0^s, PR_n^s] \rightarrow \{[PR_0^s, PR_1^s], \{[PR_j^s, PR_{j+1}^s], j = \overline{1, n-2}\}, [PR_{n-1}^s, PR_n^s]\}. \quad (5)$$

Автоматизация расчёта вероятностных значений пропускной способности потоковых систем. С целью автоматизации формирования вероятностных значений пропускной способности подструктур, выделенных в процессе декомпозиции ПС, предлагается использовать программное обеспечение (рисунок 1), реализующее методику расчёта вероятностных значений пропускной способности ограниченной размерности [3]. Программное обеспечение позволяет построить модель ПС ограниченной размерности и сформировать вектора вида (4) и (5), которые служат исходными данными для расчёта значений аналогичных векторов структурно-сложной ПС большой размерности.

Применение программного обеспечения для ПС ограниченной размерности позволило установить зависимость времени расчёта результирующих значений вероятностей пропускной способности от количества участков ПС (рисунок 2) и числа состояний (рисунок 3), описывающих возможные значения пропускной способности.

Исследования подтвердили экспоненциальный рост времени выполнения расчёта при увеличении числа участков ПС и количества состояний участков, определяющих возможные значения их пропускной способности. Это послужило основанием для разработки методики оценки вероятностных значений пропускной способности ПС, снимающей ограничения на число их участков и количество состояний пропускной способности исследуемых объектов

Вероятностно-алгебраическое моделирование потоковых систем структурно-сложной организации большой размерности. Особенности аппарата вероятностно-алгебраического моделирования позволяют сформулировать следующие основные этапы его применения для построения и использования моделей ПС большой размерности с целью формирования вероятностной оценки их пропускной способности.

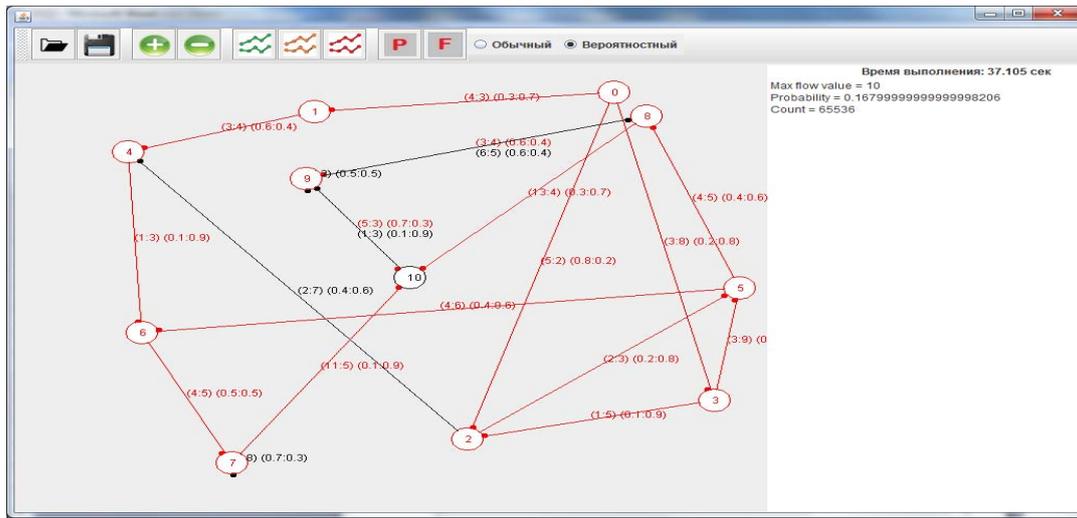


Рисунок 1 – Вид главного окна программного инструментария для оценки вероятностных характеристик пропускной способности потоковых систем ограниченной размерности

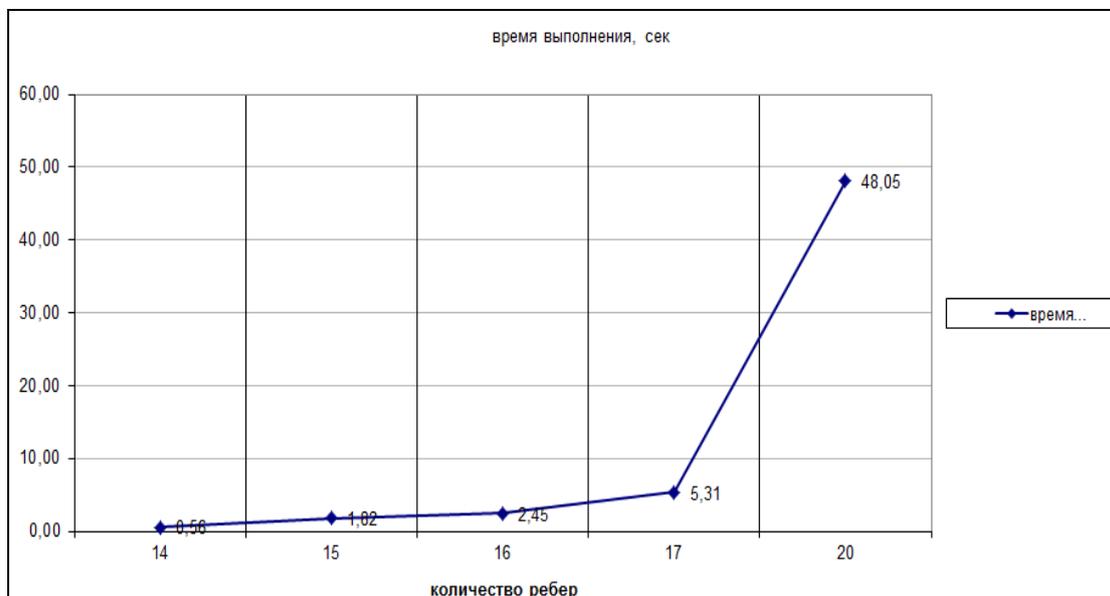


Рисунок 2 – Зависимость времени расчёта вероятностных характеристик пропускной способности потоковой системы от количества её участков

Этап 1. Формализация ПС, интерпретируемой в виде структуры-четырёхполюсника. С учётом целей моделирования и состава вычисляемых показателей ПС реализуется построение графа $G(N,K)$ и выбор четырёх терминальных вершин $N_1, N_2, N_3, N_4 \in N$, определяющих входы/выходы многосвязной структуры.

Для выделенных участков ПС с использованием экспериментальных данных формируются вектора вероятностей, характеризующие возможные значения пропускной способности. Предполагается, что значения пропускной способности участков изменяются в пределах заданных интервалов (1). Интервалы изменения пропускной способности PR_i участков $K = \{K_i\}, i = \overline{1, m}$ разбиваются на n интервалов, характеризующих уровни (состояния элементов ПС) пропускной способности:

$$[PR_{i_0}, PR_{i_n}] \rightarrow \{[PR_{i_0}, PR_{i_1}], \{[PR_{i_j}, PR_{i_{(j+1)}}], j = \overline{1, n-2}\}, [PR_{i_{(n-1)}}, PR_{i_n}]\}, i = \overline{1, m} \quad (6)$$

Состояния участков изменяются вероятностным образом и в текущий момент времени описываются векторами вида (3).

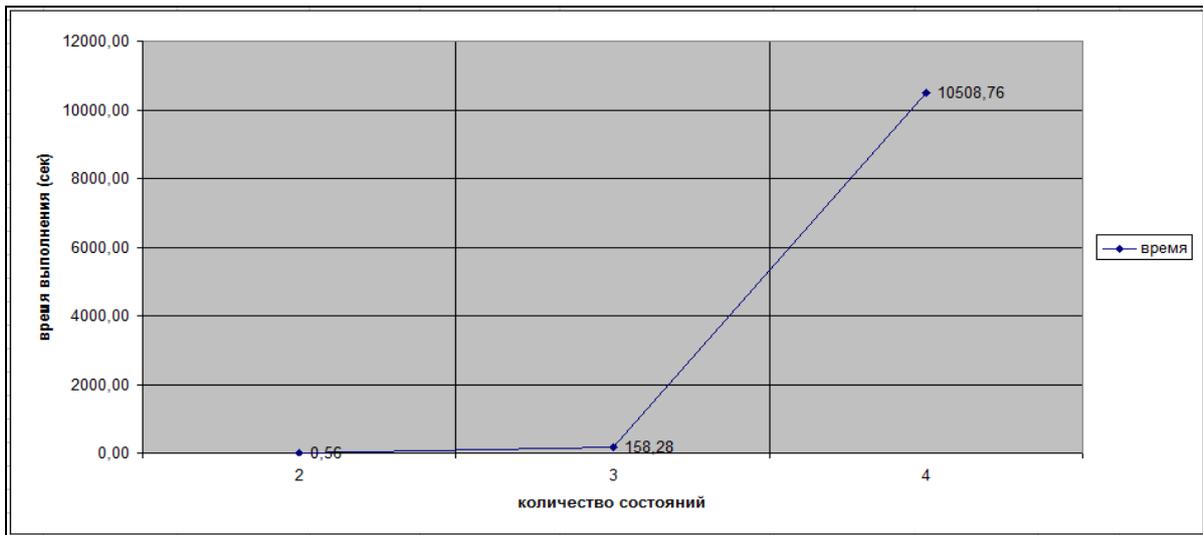


Рисунок 3 – Зависимость времени расчёта вероятностных характеристик пропускной способности потоковой системы от числа состояний её участков

Этап 2. Редуцирование структуры-четырёхполюсника. В результате применения средств интеллектуального анализа графовой структуры реализуется редуцирование графа $G(N, K)$, сопровождающееся пересчётом векторов вероятностей состояний пропускной способности и интервальных оценок пропускной способности. В процессе упрощения исключаются участки с параллельными/последовательными соединениями структурных элементов графа и реализуется вероятностно-алгебраическое умножение [1] с целью получения результирующих вероятностных значений пропускной способности выделенных участков. В результате происходит автоматическое упрощение графовой структуры:

$$G(N, K) \rightarrow G(N', K'), N' \leq N, K' \leq K. \quad (7)$$

Для участков, расположенных последовательно, реализуется вероятностно-алгебраическое умножение по функции $F_1(i, j) = \min(i, j)$, а интервальные оценки граничных значений пропускной способности результирующего участка $[PR_{r0}, PR_m]$ вычисляются по формуле:

$$[PR_{r0}, PR_m] = [\min(PR_{1o}, PR_{2o}), \min(PR_{1n}, PR_{2n})], \quad (8)$$

где $[PR_{1o}, PR_{1n}]$ и $[PR_{2o}, PR_{2n}]$ интервальные оценки значений пропускной способности, соответственно, первого и второго участков, расположенных последовательно.

Для параллельных участков реализуется вероятностно-алгебраическое умножение с использованием функции $F_2(i, j) = \min(i + j - 1, n)$, а расчет значений пропускных способностей $[PR_{r0}, PR_m]$ реализуется по формулам:

$$[PR_{r0}, PR_m] = [(PR_{1o} + PR_{2o}), (PR_{1n} + PR_{2n})]. \quad (9)$$

Полученные интервальные оценки пропускной способности (8) и (9) в свою очередь представляются в виде совокупности интервальных оценок вида (6), являющихся исходными данными для проведения последующих расчётов.

Этап 3. Представление редуцированного графа потоковой системы в виде композиции подструктур-четырёхполюсников. При построении вариантов декомпозиции графа $G(N', K')$ на подструктуры-четырёхполюсники:

$$G(N', K') \rightarrow \{STR_1(N'_1, K'_1), STR_2(N'_2, K'_2)\}, N'_i \leq N', K'_i \leq K', i = 1, 2, \quad (10)$$

предполагается, что две терминальные вершины $N_i \in N', i = 1, 2$ исходного графа $G(N', K')$ принадлежат первой подструктуре-четырёхполюснику $STR_1(N'_1, K'_1)$, а две оставшиеся $N_i \in N', i = 3, 4$ являются вершинами второй подструктуры-четырёхполюсника $STR_2(N'_2, K'_2)$.

Этап 4. Оценка размерности подструктур-четырёхполюсников. На этом этапе оценивается число структурных составляющих двух графов, сформированных на этапе 3. Если выполняются неравенства вида:

$$K_i' \leq K_d, i = 1, 2, \quad (11)$$

где K_d – число участков ПС, позволяющее применить комбинаторный алгоритм расчёта вероятностных значений пропускной способности ПС. В противном случае реализуется возврат на этап 2, куда в качестве исходных графов поступают сформированные подструктуры-четырёхполюсники $\{STR_i\}, i = 1, 2$.

Этап 5. Расчёт вероятностных характеристик пропускной способности подструктур-четырёхполюсников. Для полученного варианта представления исходного графа $G(N', K')$ в виде композиции подструктур-четырёхполюсников реализуются расчёты вероятностных характеристик пропускной способности для различных сочетаний входов и выходов, относящихся ко множеству терминальных вершин анализируемых многосвязных подструктур [3].

Результатом выполнения этапа являются сформированные вектора вероятностей вида (4) и соответствующие интервальные оценки пропускной способности (5), представленные в виде диаграмм значений пропускной способности для различных сочетаний терминальных вершин подструктур-четырёхполюсников.

Этап 6. Вероятностно-алгебраическое умножение подструктур-четырёхполюсников. В случае разрезания графа $G(N', K')$ по общим двум вершинам реализуется вероятностно-алгебраическое умножение двух агрегированных подструктур-четырёхполюсников с многократным использованием формулы вероятностно-алгебраического умножения

$$p_k^3 = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^k p_i^1 p_j^2, \text{ где } i, j, k = \overline{1, n}, \quad (12)$$

где $P^1 = (p_1^1, p_2^1, \dots, p_n^1)$, $P^2 = (p_1^2, p_2^2, \dots, p_n^2)$ – вектора вероятностей, характеризующие пропускную способность подструктур-четырёхполюсников $\{STR_i\}, i = 1, 2$, $P^3 = (p_1^3, p_2^3, \dots, p_n^3)$ – результирующий вектор вероятностей, a_{ij}^k – коэффициенты вероятностно-алгебраического умножения.

Итоговые вектора вероятностей пропускной способности анализируемых ПС, представленных в виде структур-четырёхполюсников для различных сочетаний терминальных вершин (полюсов) определяются по формулам:

$$P(N1t, N3t) = (P^{s1} \vee P^{s5}) \oplus (P^{s2} \vee P^{s7}), \quad (14)$$

$$P(N1t, N4t) = (P^{s1} \vee P^{s6}) \oplus (P^{s2} \vee P^{s8}), \quad (15)$$

$$P(N2t, N3t) = (P^{s3} \vee P^{s5}) \oplus (P^{s4} \vee P^{s7}), \quad (16)$$

$$P(N2t, N4t) = (P^{s4} \vee P^{s8}) \oplus (P^{s3} \vee P^{s6}), \quad (17)$$

где операция вероятностно-алгебраического умножения \vee задаётся функцией $F_1(i, j) = \min(i, j)$, а операция \oplus описывается функцией $F_2(i, j) = \min(i + j - 1, n)$.

Заключение. Преимущество предложенного подхода, основанного на представлении исходно графа ПС в виде композиции подструктур-четырёхполюсников, заключается в возможности одномоментного расчёта вероятностных значений пропускной способности систем, имеющих четыре терминальные вершины (два входа и два выхода). Применение вероятностно-алгебраического моделирования для структурно-сложных потоковых систем большой размерности позволяет учесть вероятностную природу пропускной способности исследуемых объектов и решить следующие задачи:

– одномоментно и в динамике провести сравнительный анализ различных структурных вариантов организации ПС;

– подобрать параметры пропускной способности участков, обеспечивающих заданный уровень пропускной способности ПС;

- оценить влияние параметров пропускной способности участков на эффективность функционирования ПС;
- получить в символьном виде значения вектора вероятностей пропускной способности ПС.

Литература

1. Сукач, Е.И. Методика оценки пропускной способности потоковой сети на основе вероятностно-алгебраического моделирования / Е.И. Сукач // Доклады БГУИР. – 2011. – № 4 (58). – С. 18–24.
2. Сукач, Е.И. О различных подходах к исследованию вероятностных характеристик надёжности информационно-вычислительных сетей / Е.И. Сукач, Е.И. Карасёва, Ю.В. Жердецкий, М.А. Бужан // Известия Гомельского гос. университета им. Ф. Скорины. – 2015. – № 3 (90). – С. 83–87.
3. Крон, Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика) / Г. Крон. – М. :Наука, 1972 – 544 с.
4. Сукач, Е.И. Об одном подходе к оценке вероятностных характеристик пропускной способности потоковой системы // Е.И. Сукач, К.Ю. Гончаров, Ю.В. Жердецкий // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях : материалы XV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, 26–28 марта 2012 г. / ГГУ им. Ф. Скорины. – Гомель, 2012. – Т. 1. – С. 72–73.

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

²Институт проблем машиноведения РАН

³Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Поступила в редакцию 28.04.2016

УДК 681.3.06:624.131

Математическое и компьютерное моделирование осадки РИТ-свай в нелинейно-деформируемом грунтовом основании

В.Е. БЫХОВЦЕВ, Ю.Д. БОНДАРЕВА

Методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования исследуются размеры и физико-механические характеристики грунта в зонах резонансно-импульсной обработки РИТ-свай.

Ключевые слова: грунтовые основания, зоны уплотнения, РИТ-свая.

The sizes and physical-mechanical characteristics of a ground in zones of resonance-pulse processing using RIT-piles are investigating by the method of computer object-oriented modeling

Keywords: earth bases, zones of condensation, RIT-pile.

Физическая постановка задачи. РИТ-свая – это свая из бетона, устроенная с помощью резонансно-импульсной технологии [1], [2]. Конструктивно РИТ-свая может иметь несколько уширений, получаемых с помощью электрического взрыва высокой энергии. Получаемая при этом полость в грунтовой среде заполняется бетоном. Диаметр полости всегда больше диаметра сваи и зависит от физико-механических характеристик окружающего грунта, силы и количества взрывов в одной точке или в некоторой группе смежных точек. Вокруг получаемого бетонного уширения образовывается зона уплотнённого грунта. Диаметр зоны уплотнения зависит от диаметра уширения и указанных выше других факторов. Несущая способность РИТ-свай будет определяться конструктивными и физико-механическими характеристиками сваи, зоны уплотнения и грунтового основания. В целом образующееся уширение и уплотнённая зона грунта, примыкающая к уширению, значительно повышают несущую способность свай-РИТ. Такой фундамент и грунтовое основание образуют сложную по структуре и свойствам нелинейную и неоднородную систему деформируемых твёрдых тел [3], [4]. Размеры уширения, зоны уплотнения и её физико-механические характеристики подлежат определению. В качестве контрольного материала при выполнении указанных исследований были использованы результаты натурального эксперимента по определению несущей способности РИТ-свай, выполненные в отделе «Основания и фундаменты» РУП БелНИИС. Экспериментальные исследования свай-РИТ подтверждают их высокую несущую способность в сравнении с другими сваями равного объёма.

Моделирование зоны уплотнения. Грунтовое основание по структуре и свойствам считаем однородным. Согласно закону Паскаля взрывная волна в однородной среде по всем направлениям действует равнозначно. При устройстве РИТ-свай диаметр образуемой полости будет зависеть от мощности и количества электровзрывов и их концентрации. Если взрывы производить в одной точке, то образуемая полость будет сферической. Если взрывы производить на некотором расстоянии по оси сваи, то образуемая полость будет квазицилиндрической. В обоих случаях образуемая полость будет характеризоваться своим объёмом $V_{yш}$ и радиусом $R_{yш}$. Зона уплотнения образуется только в зоне РИО (резонансно – импульсной обработки) грунта и геометрически будет подобна зоне уширения. Внешний и внутренний радиусы зоны уплотнения $R_{yпл}$ и $R_{yш}$, при этом толщина зоны уплотнения будет $R_{yпл} - R_{yш}$. Однородное грунтовое основание естественного залегания будет определяться постоянным значением своих физико-механических характеристик: модуль деформации E и коэффициент Пуассона μ . Для уплотнённого грунтового основания указанные характеристики будут функциями радиуса зоны уплотнения. Максимальное значение модуля деформации будет на

внутренней границе зоны уплотнения, на внешней границе модуль деформации будет равен его исходному значению. Механико-математическая модель модуля деформации зоны уплотнения может быть представлена степенной функцией гиперболического типа

$$E = a \cdot r^m, a > 0, n < 0; R_{уш} \leq r \leq R_{упл} \quad (1)$$

При $r = R_{упл}$ $E = E_0$, поэтому из (1) следует $E_0 = a R_{упл}^n$, $a = E_0 / R_{упл}^n$.

И уравнение (1) примет вид

$$E = E_0 \left(\frac{r}{R_{упл}} \right)^m \quad (2)$$

Рассмотрим состояние грунта в плане зоны уплотнения до и после устройства РИТ-сваи. Поставим в соответствие зоне уплотнения некоторое эквивалентное по несущей способности однородное грунтовое основание с модулем деформации $E_{эkv}$ и коэффициентом Пуассона $\mu_{эkv}$.

Коэффициент Пуассона μ является величиной переменной. Его значение определим исходя из закона изменения объема, согласно которому модуль объемной деформации остается постоянной величиной как в пределах, так и за пределами упругости [3], [5]:

$$\frac{E_0}{1 - 2\mu_0} = \frac{E_{эkv}}{1 - 2\mu_{эkv}^*},$$

где μ , $\mu_{эkv}$ – постоянный и переменный коэффициенты Пуассона.

Из полученного выражения следует:

$$\mu_{эkv} = 0,5 - E_{эkv} / E_0 \cdot (0,5 - \mu).$$

На основании принципа стационарности деформационного потенциала начального состояния зоны РИО и зоны уплотнённого грунта получим

$$E_0 \cdot V_{упл} = (V_{упл} - V_{уш}) \cdot E_{эkv}, \quad (3)$$

$$E_{эkv} = \frac{V_{упл}}{V_{упл} - V_{уш}} \cdot E_0, \quad (4)$$

где $V_{упл}$ и $V_{уш}$ – объёмы зоны РИО и уширения РИТ-сваи, сфероиды.

Выражая эти объёмы через соответствующие радиусы, из (4) получим

$$E_{эkv} = \frac{R_{упл}^3}{R_{упл}^3 - R_{уш}^3} \cdot E_0. \quad (5)$$

В [1], [2] рекомендуется при вычислениях принимать

$$R_{упл} = (3 - 3,5) R_{уш}. \quad (6)$$

Эта формула слишком общая, и её следует рассматривать как рекомендуемую форму функциональной связи радиусов соответствующих зон деформируемой области. Это значит, что числовые коэффициенты в (6) необходимо уточнять для грунтового основания конкретной строительной площадки. В настоящей работе содержатся авторские предложения по решению этой задачи методом математического и компьютерного объектно-ориентированного моделирования [5], [6], [7]. Для сравнительного анализа результатов моделирования использовались материалы экспериментальных исследований осадки сваи-РИТ, полученные в БелНИИС.

Экспериментальные исследования. Паспорт испытания сваи Рит-1 статической вдавливающей нагрузкой на опытной площадке ОП 1 (глинистые грунты).

1. Характеристика сваи РИТ-1: буронабивная, выполнена по технологии РИТ с диаметром ствола 151 мм, длина 3 м, с уширением в уровне пяты диаметром 460 мм.

2. Вид испытания статической вдавливающей нагрузкой по СТБ 2242.

3. Грунтовые условия:

Пылеватый суглинок на всю разведанную глубину:

- удельный вес γ , кН/м³ – 19,4;
- угол внутреннего трения φ , град – 23;
- сцепление c , МПа – 0,018;
- модуль деформации E , МПа – 6.

При компьютерном моделировании осадка сваи определялась:

- для РИТ-свай с заданными характеристиками с уширением, но без учёта уплотнения;
- для РИТ-свай с заданными характеристиками с учетом уширения и уплотнения при различных радиусах зоны уплотнения.

Результаты вычислений осадки сваи-РИТ при различных нагрузках, полученные методом натурного эксперимента и методом компьютерного моделирования, представлены в таблице 1 и на рисунке 1.

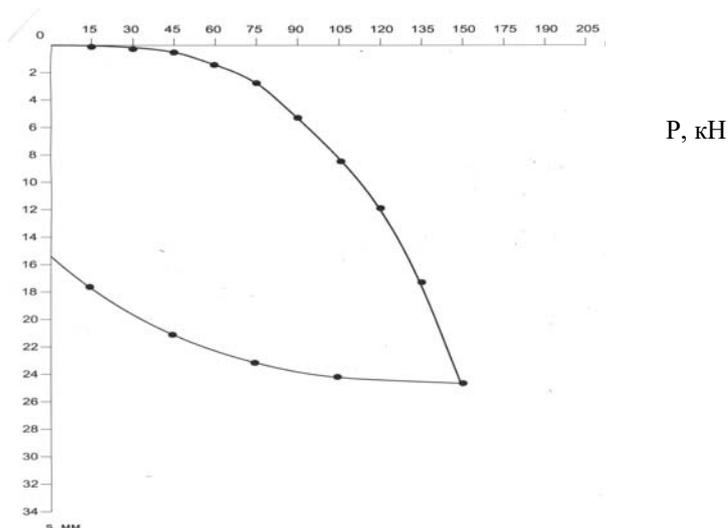


Рисунок 1 – График испытания сваи-РИТ статической вдавливающей нагрузкой

Таблица 1 – Осадка сваи-РИТ с учетом уплотнения и нелинейности деформирования (mm)

P(т)	S _{оп}	S _{км1}	S _{км2}	S _{км3}	S _{км4}	S _{км5}
0	0	0	0	0	0	0
1,5	0,05	0,046	0,04	0,055	0,05	0,05
3	0,3	0,26	0,24	0,29	0,32	0,34
4,5	0,8	0,76	0,72	0,9	1	1,1
6	1,6	1,67	1,62	2	2,33	2,55
7,5	3,2	3,1	3	3,7	4,4	4,94
9	5,3	5,1	5,1	6,2	7,5	8,48
10,5	8,6	8	7,9	9,5	11,8	13,4
12	12	11,8	11,5	13,9	17,35	19,9
13,5	17,2	16,5	16,1	19,3	24,5	28,3

В таблице и на рисунке приняты следующие обозначения осадки сваи-РИТ при вариантах физико-механических и геометрических характеристик зоны уплотнения:

– S_{оп} – осадка сваи-РИТ, полученная методом натурного эксперимента при исходных постановочных данных;

– S_{км1} – осадка сваи, вариант № 1, компьютерное моделирование, R_{упл} = 28 см, E_{экв} = 13,4 МПа, μ_{экв} = 0,28;

– S_{км2} – осадка сваи, вариант № 2, компьютерное моделирование, R_{упл} = 33 см, E_{экв} = 9,0 МПа, μ_{экв} = 0,37;

– S_{км3} – осадка сваи, вариант № 3, компьютерное моделирование, R_{упл} = 46 см, E_{экв} = 6,9 МПа, μ_{экв} = 0,36;

– S_{км4} – осадка сваи, вариант № 4, компьютерное моделирование, R_{упл} = 69 см, E_{экв} = 6,2 МПа, μ_{экв} = 0,39;

– S_{км5} – осадка сваи, вариант № 5, компьютерное моделирование без учёта уплотнения, R_{упл} = 23 см, E_{экв} = 6,0 МПа, μ_{экв} = 0,39.

Анализ результатов компьютерного моделирования и натурного эксперимента показывает, что

– при нагрузках P < 6 т влияние уплотнения на осадку сваи незначительно;

– учёт уплотнения грунта в зоне РИО привел к снижению осадки на ≈ 60 %;

– при условии R_{упл} = 3 R_{упл}, вариант № 4 сравним с вариантом № 5 и противоречит опытным данным S_{оп};

– при условии $R_{упл} = (1,2 - 2) R_{уш}$, вариант № 2 и вариант № 3 сравнимы с опытными данными $S_{оп}$, (таблица 2).

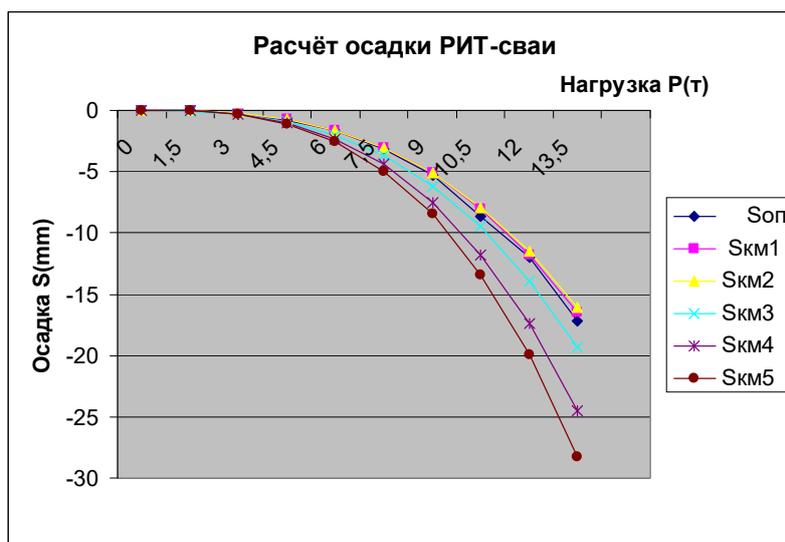


Рисунок 2 – Осадки сваи-РИТ

Таблица 2 – Осадка сваи-РИТ для эквивалентных зон уплотнения (mm)

P (т)	S оп	S км2	S км3
0	0	0	0
1,5	0,05	0,04	0,055
3	0,3	0,24	0,29
4,5	0,8	0,72	0,9
6	1,6	1,62	2
7,5	3,2	3	3,7
9	5,3	5,1	6,2
10,5	8,6	7,9	9,5
12	12	11,5	13,9
13,5	17,2	16,1	19,3

Следовательно, моделируемые варианты S_{км2} или S_{км3}, эквивалентные по несущей способности зоны уплотнения при резонансно-импульсной обработке и учитывающие изменённые значения её физико-механических характеристик, могут быть приняты при расчёте осадки и несущей способности сваи-РИТ с учетом уплотнения и нелинейности деформирования грунтового основания.

Литература

1. СНиП 2.02.03-85. Свайные фундаменты. Актуализированная редакция. – Стройиздат – М. : 2011.
2. Технические рекомендации по проектированию и устройству свайных фундаментов, выполненных с использованием разрядно-импульсной технологии для зданий повышенной этажности (сваи-РИТ) ТР 50-180-06. – М. : 2006.
3. Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – М : Стройиздат, 1963. – 542 с.
4. Быховцев, В.Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В.Е. Быховцев. – Гомель : УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.
5. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – М : Высш. шк., 1968. – 512 с.
6. Бондарева, Ю.Д. Моделирование методом конечных элементов неоднородных систем деформируемых твёрдых тел / Ю.Д. Бондарева // Известия Гомельского гос. университета им. Ф. Скорины. – 2015. – № 6 (93) – С. 80–86.
7. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твёрдых деформируемых средах / М.А. Журавков. – Мн. : БГУ, 2002. – 456 с.

О полуномализаторах полиадических подгрупп в полиадических группах

А.М. ГАЛЬМАК¹, М.В. СЕЛЬКИН²

Изучаются полуномализаторы l -арных подгрупп в l -арных группах с l -арными операциями, построенными на декартовых степенях полугрупп с помощью подстановок и операций полугрупп.

Ключевые слова: l -арная группа, подстановка, полуномализатор.

The seminormalizers of the l -ary subgroups of the l -ary groups with l -ary operations constructed on Cartesian powers of semigroups by using of permutations and semigroups operations are studied.

Keywords: l -ary group, substitution, seminormalizer.

Введение. В статье продолжается изучение l -арной операции $[]_{l, \sigma, k}$, которая первоначально была определена в [1] на k -ой декартовой степени A^k полугруппы A с помощью подстановки $\sigma \in S_k$ и операции полугруппы A следующим образом.

Пусть A – полугруппа, $k \geq 2$, $l \geq 2$, σ – подстановка из S_k . Определим на A^k вначале бинарную операцию

$$\mathbf{x} \circ^{\sigma} \mathbf{y} = (x_1, x_2, \dots, x_k) \circ^{\sigma} (y_1, y_2, \dots, y_k) = (x_1 y_{\sigma(1)}, x_2 y_{\sigma(2)}, \dots, x_k y_{\sigma(k)}),$$

а затем l -арную операцию

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, k} = \mathbf{x}_1 \circ^{\sigma} (\mathbf{x}_2 \circ^{\sigma} (\dots (\mathbf{x}_{l-2} \circ^{\sigma} (\mathbf{x}_{l-1} \circ^{\sigma} \mathbf{x}_l)) \dots)).$$

Понятно, что операция $[]_{2, \sigma, k}$ совпадает с операцией \circ^{σ} .

Если $\sigma = (12 \dots k)$, то операция \circ^{σ} совпадает с операцией

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = (x_1, x_2, \dots, x_k) \circ (y_1, y_2, \dots, y_k) = (x_1 y_2, x_2 y_3, \dots, x_{k-1} y_k, x_k y_1)$$

из [1, определения 2.2.3], а операция $[]_{l, \sigma, k}$ – с операцией $[]_{l, k}$ из того же определения.

Частными случаями l -арной операции $[]_{l, \sigma, k}$ являются две m -арные операции, которые Э. Пост, используя цикл $\sigma = (12 \dots m-1)$, определил в [1]. Одна из них была определена им на $(m-1)$ -ой декартовой степени симметрической группы S_T всех подстановок конечного множества T . Вторую операцию Э. Пост определил на $(m-1)$ -ой декартовой степени полной линейной группы $GL_n(C)$ над полем C комплексных чисел.

В [2] доказано, что если A – полугруппа (группа), подстановка σ из S_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то универсальная алгебра $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ является l -арной полугруппой (l -арной группой). Изучению полуномализаторов l -арных подгрупп l -арной группы $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ посвящена настоящая статья.

1. Предварительные сведения.

Теорема 1.1 [1]. Пусть A – полугруппа (группа), подстановка σ из S_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$. Тогда:

- 1) $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ – l -арная полугруппа (l -арная группа);
- 2) если

$$\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) \in A^k, i = 1, 2, \dots, l,$$

то

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l, \sigma, k} = (y_1, y_2, \dots, y_k),$$

где

$$y_j = x_{1j} x_{2\sigma(j)} \dots x_{(l-1)\sigma^{l-2}(j)} x_{lj}, j = 1, 2, \dots, k.$$

Для подмножества B l -арного группоида $\langle A, [] \rangle$ и любого $i = 1, \dots, l$ полагают

$$\underbrace{[B \dots B x]}_{i-1} \underbrace{[B \dots B]}_{l-i} = \{[b_1 \dots b_{i-1} x b_{i+1} \dots b_l] \mid b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_l \in B\}.$$

В частности,

$$\begin{aligned} [x \underbrace{B \dots B}_{l-1}] &= \{[x b_2 \dots b_l] \mid b_2, \dots, b_l \in B\}, \\ \underbrace{[B \dots B x]}_{l-1} &= \{[b_1 \dots b_{l-1} x] \mid b_1, \dots, b_{l-1} \in B\}. \end{aligned}$$

Аналогично, для подмножества B группоида A и любого $i = 1, \dots, l$ полагают

$$\underbrace{B \dots B x}_{i-1} \underbrace{B \dots B}_{l-i} = \{b_1 \dots b_{i-1} x b_{i+1} \dots b_l \mid b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_l \in B\}.$$

Напомним, что l -арную подгруппу $\langle B, [] \rangle$ l -арной группы $\langle A, [] \rangle$ называют [3, с. 55] *полуинвариантной* в ней, если

$$\underbrace{[xB \dots B]}_{l-1} = \underbrace{[B \dots Bx]}_{l-1}$$

для любого $x \in A$.

Если B – подмножество l -арной группы $\langle A, [] \rangle$, то множество

$$(\mathbf{HN}_A(B))_{[]} = \{x \in A \mid \underbrace{[xB \dots B]}_{l-1} = \underbrace{[B \dots Bx]}_{l-1}\}$$

называют *полунормализатором* [3, с. 51] подмножества B в l -арной группе $\langle A, [] \rangle$.

Ясно, что:

1) любая l -арная подгруппа $\langle B, [] \rangle$ l -арной группы $\langle A, [] \rangle$ содержится в своём полунормализаторе, то есть $B \subseteq (\mathbf{HN}_A(B))_{[]}$;

2) l -арная подгруппа $\langle B, [] \rangle$ l -арной группы $\langle A, [] \rangle$ полуинвариантна в ней тогда и только тогда, когда полунормализатор $(\mathbf{HN}_A(B))_{[]}$ совпадает с A .

Замечание 1.1. Согласно теореме 1.1, если A – полугруппа (группа), подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ – l -арная полугруппа (l -арная группа). Понятно, что если B – подполугруппа (подгруппа) полугруппы (группы) A , подстановка $\sigma \in \mathbf{S}_k$ удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ – l -арная подполугруппа (l -арная подгруппа) l -арной полугруппы (l -арной группы) $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$.

Для обозначения полунормализатора l -арной подгруппы $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ в l -арной группе $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ будем использовать символ $(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$.

Если не возникает разночтений, то символ l -арной операции в обозначении полунормализатора можно не указывать, то есть в таких случаях полагают

$$(\mathbf{HN}_A(B))_{[]} = \mathbf{HN}_A(B).$$

В частности,

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = \mathbf{HN}_{A^k}(B^k).$$

Предложение 1.1 [4]. Пусть B – подгруппа группы A , подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, Тогда:

1) l -арная подгруппа $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ полуинвариантна в l -арной группе $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ тогда и только тогда, когда подгруппа B нормальна в группе A ;

2) если $B \neq A$, σ не является тождественной подстановкой, то $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ не является инвариантной в $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$.

Предложение 1.2 [4]. Если A – нильпотентная группа, $l \geq 3$, $k \geq 2$, подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то l -арная группа $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ является полунильпотентной.

2. Основной результат.

Лемма 2.1. Пусть B – подмножество полугруппы A , подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$,

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in A^k.$$

Тогда

$$[\underbrace{B^k \dots B^k}_{i-1} \mathbf{x} \underbrace{B^k \dots B^k}_{l-i}]_{l, \sigma, k} = (\underbrace{B \dots B x}_{\sigma^{i-1}(1)} \underbrace{B \dots B}_{l-1}) \times \dots \times (\underbrace{B \dots B x}_{\sigma^{i-1}(k)} \underbrace{B \dots B}_{l-1}) \quad (2.1)$$

для любого $i = 1, \dots, l$. В частности,

$$[\mathbf{x} \underbrace{B^k \dots B^k}_{l-1}]_{l, \sigma, k} = (x_1 \underbrace{B \dots B}_{l-1}) \times \dots \times (x_k \underbrace{B \dots B}_{l-1}), \quad (2.2)$$

$$[\underbrace{B^k \dots B^k}_{l-1} \mathbf{x}]_{l, \sigma, k} = (\underbrace{B \dots B x_1}_{l-1}) \times \dots \times (\underbrace{B \dots B x_k}_{l-1}). \quad (2.3)$$

Доказательство. Так как

$$\begin{aligned} & [\underbrace{B^k \dots B^k}_{i-1} \mathbf{x} \underbrace{B^k \dots B^k}_{l-i}]_{l, \sigma, k} = \\ & = \{[\mathbf{b}_1 \dots \mathbf{b}_{i-1} \mathbf{x} \mathbf{b}_{i+1} \dots \mathbf{b}_l]_{l, \sigma, k} \mid \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_{i-1}, \mathbf{b}_{i+1}, \dots, \mathbf{b}_l \in B^k\} = \\ & = \{[(b_{11}, \dots, b_{1k}) \dots (b_{(i-1)1}, \dots, b_{(i-1)k})(x_1, \dots, x_k) \\ & (b_{(i+1)1}, \dots, b_{(i+1)k}) \dots (b_{l1}, \dots, b_{lk})]_{l, \sigma, k} \mid b_{rs} \in B\} = \\ & = \{(b_{11} b_{2\sigma(1)} \dots b_{(i-1)\sigma^{i-2}(1)} x_{\sigma^{i-1}(1)} b_{(i+1)\sigma^i(1)} \dots b_{l\sigma^{l-1}(1)}, \dots \\ & \dots, b_{1k} b_{2\sigma(k)} \dots b_{(i-1)\sigma^{i-2}(k)} x_{\sigma^{i-1}(k)} b_{(i+1)\sigma^i(k)} \dots b_{l\sigma^{l-1}(k)}) \mid b_{rs} \in B\} = \\ & = (\underbrace{B \dots B x}_{\sigma^{i-1}(1)} \underbrace{B \dots B}_{l-1}) \times \dots \times (\underbrace{B \dots B x}_{\sigma^{i-1}(k)} \underbrace{B \dots B}_{l-1}) \end{aligned}$$

то верно (2.1).

Равенства (2.2) и (2.3) получаются из (2.1) при $i = 1$ и $i = l$ соответственно. Лемма доказана.

Если B – подгруппа группы A , то $\underbrace{B \dots B}_s = B$ для любого натурального s . Поэтому из

леммы 2.1 вытекает следствие, устанавливающее связь между смежными классами l -арной группы $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ по её l -арной подгруппе $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ и смежными классами группы A по её подгруппе B .

Следствие 2.1 [4]. Пусть σ – подстановка из \mathbf{S}_k , удовлетворяющая условию $\sigma^l = \sigma$, B – подгруппа группы A ,

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in A^k.$$

Тогда:

$$1) [\underbrace{B^k \dots B^k}_{i-1} \mathbf{x} \underbrace{B^k \dots B^k}_{l-i}]_{l, \sigma, k} = (B x_{\sigma^{i-1}(1)} B) \times \dots \times (B x_{\sigma^{i-1}(k)} B)$$

для любого $i = 2, \dots, l-1$;

$$2) [\mathbf{x} \underbrace{B^k \dots B^k}_{l-1}]_{l, \sigma, k} = (x_1 B) \times \dots \times (x_k B);$$

$$3) [\underbrace{B^k \dots B^k}_{l-1} \mathbf{x}]_{l, \sigma, k} = (B x_1) \times \dots \times (B x_k).$$

Пример 2.1. Пусть \mathbf{A}_n – подгруппа всех чётных подстановок симметрической группы \mathbf{S}_n , $\sigma = (12)$. Определим на декартовом квадрате \mathbf{S}_n^2 тернарную операцию

$$[(x_1, x_2)(y_1, y_2)(z_1, z_2)]_{3, (12), 2} = (x_1 y_{\sigma(1)} z_{\sigma^2(1)}, x_2 y_{\sigma(2)} z_{\sigma^2(2)}) = (x_1 y_2 z_1, x_2 y_1 z_2).$$

Так как $(12)^3 = (12)$, то по теореме 1.1 $\langle \mathbf{S}_n^2, []_{3, (12), 2} \rangle$ – тернарная группа, $\langle \mathbf{A}_n^2, []_{3, (12), 2} \rangle$ – её тернарная подгруппа.

Если x, y – произвольные элементы из \mathbf{S}_n , a, b, c, d – произвольные элементы из \mathbf{A}_n , то $[(x, y)(a, b)(c, d)]_{3, (12), 2}$ – произвольный элемент из $[(x, y) \mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2]_{3, (12), 2}$.

Так как знакопеременная группа \mathbf{A}_n – нормальна в группе \mathbf{S}_n , то

$$\begin{aligned} [(x, y)(a, b)(c, d)]_{3, (12), 2} &= (x b c, y a d) = \\ &= (u v x, w z y) = [(u, w)(z, v)(x, y)]_{3, (12), 2} \end{aligned}$$

для некоторых u, v, w, z из \mathbf{A}_n . Следовательно,

$$[(x, y)(a, b)(c, d)]_{3, (12), 2} \in [\mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2(x, y)]_{3, (12), 2},$$

$$[(x, y) \mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2]_{3, (12), 2} \subseteq [\mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2(x, y)]_{3, (12), 2}.$$

Аналогично доказывается включение

$$[\mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2(x, y)]_{3, (12), 2} \subseteq [(x, y) \mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2]_{3, (12), 2}.$$

Таким образом,

$$[(x, y) \mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2]_{3, (12), 2} = [\mathbf{A}_n^2 \mathbf{A}_n^2(x, y)]_{3, (12), 2}$$

для любого элемента (x, y) из \mathbf{S}_n . Следовательно, тернарная подгруппа, $\langle \mathbf{A}_n^2, []_{3, (12), 2} \rangle$ полунвариантна в тернарной группе $\langle \mathbf{S}_n^2, []_{3, (12), 2} \rangle$, а её полунормализатор совпадает с \mathbf{S}_n^2 .

Заметим, что полунвариантность $\langle \mathbf{A}_n^2, []_{3, (12), 2} \rangle$ в $\langle \mathbf{S}_n^2, []_{3, (12), 2} \rangle$ может быть получена как следствие утверждения 1) предложения 1.1.

Теорема 2.1. Если B – подгруппа группы A , подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$,

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in A^k,$$

то справедливы следующие утверждения:

1) $\mathbf{x} \in (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$ тогда и только тогда, когда $x_1, \dots, x_k \in \mathbf{N}_A(B)$;

2) если

$$(x_1, \dots, x_k) \in (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}, \tag{2.4}$$

то

$$(y_1, \dots, y_k) \in (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} \tag{2.5}$$

для любых

$$y_1, \dots, y_k \in \{x_1, \dots, x_k\}; \tag{2.6}$$

3) полунормализатор $(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$ l -арной подгруппы $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ в l -арной группе $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ совпадает с k -ой декартовой степенью $(\mathbf{N}_A(B))^k$ нормализатора $\mathbf{N}_A(B)$ подгруппы B в группе A :

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k;$$

4) если нормализатор $\mathbf{N}_A(B)$ – конечный порядка t , то полунормализатор $(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$ также является конечным и имеет порядок t^k .

Доказательство. 1) *Необходимость.* Если $\mathbf{x} \in (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$, то

$$[\underbrace{\mathbf{x} B^k \dots B^k}_{l-1}]_{l, \sigma, k} = [\underbrace{B^k \dots B^k \mathbf{x}}_{l-1}]_{l, \sigma, k}, \tag{2.7}$$

откуда, а также из утверждений 2) и 3) следствия 2.1 вытекает

$$x_1 B \times \dots \times x_k B = B x_1 \times \dots \times B x_k. \tag{2.8}$$

Следовательно,

$$x_1 B = B x_1, \dots, x_k B = B x_k, \tag{2.9}$$

то есть $x_1, \dots, x_k \in \mathbf{N}_A(B)$.

Достаточность. Если теперь $x_1, \dots, x_k \in \mathbf{N}_A(B)$, то верно (2.9), а значит и (2.8), откуда, а также из утверждений 2) и 3) следствия 2.1 следует справедливость равенство (2.7). Следовательно, $\mathbf{x} \in (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$.

2) Если верно (2.4), то ввиду 1),

$$x_1, \dots, x_k \in \mathbf{N}_A(B),$$

откуда и из (2.6) следует

$$y_1, \dots, y_k \in \mathbf{N}_A(B).$$

Снова применяя 1), убеждаемся в справедливости (2.5).

3) Согласно 1), для любого

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}$$

верно $x_1, \dots, x_k \in \mathbf{N}_A(B)$. Следовательно,

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k$$

и верно включение

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} \subseteq \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k;$$

Рассуждения, проведённые в обратном порядке, доказывают включение

$$\underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k \subseteq (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}.$$

Таким образом, верно доказываемое равенство.

4) Следует из 3). Теорема доказана.

3. Следствия.

Так как для нормальной подгруппы B группы A верно $\mathbf{N}_A(B) = A$, а для полуинвариантной l -арной подгруппы $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ l -арной группы $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ верно $(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = A^k$, то из утверждения 3) теоремы 2.1 вытекает утверждение 1) предложения 1.1, а также следующие два следствия.

Следствие 3.1. Если B – нормальная подгруппа группы A , подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = A^k.$$

Следствие 3.2. Если подгруппа B группы A совпадает со своим нормализатором, подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = B^k.$$

Если в следствии 3.2 A – конечная группа, то в качестве её самонормализуемой подгруппы B можно взять, например, подгруппу, содержащую нормализатор силовой подгруппы группы A , в частности сам этот нормализатор.

Так как в конечной нильпотентной группе любая её собственная подгруппа отлична от своего нормализатора, то из утверждения 3) теоремы 2.1 вытекает

Следствие 3.3. Если B – собственная подгруппа нильпотентной группы A , подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то l -арная подгруппа $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ l -арной группы $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ отлична от своего полунормализатора, то есть

$$B^k \subset (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k}.$$

Замечание 3.1. Согласно предложению 1.2, l -арная группа $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ из следствия 3.3 является полунильпотентной.

Так как в правой части равенства из утверждения 3) теоремы 2.1 подстановка σ не присутствует, то справедливо

Следствие 3.4. Если B – подгруппа группы A , то для любых подстановок σ и τ из \mathbf{S}_k таких, что $\sigma^l = \sigma$, $\tau^l = \tau$, полунормализатор l -арной подгруппы $\langle B^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ в l -арной группе $\langle A^k, []_{l, \sigma, k} \rangle$ совпадает с полунормализатором l -арной подгруппы $\langle B^k, []_{l, \tau, k} \rangle$ в l -арной группе $\langle A^k, []_{l, \tau, k} \rangle$:

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = (\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \tau, k}.$$

Полагая в теореме 2.1 σ – цикл длины k из \mathbf{S}_k , k делит $l - 1$, получим

Следствие 3.5. Если B – подгруппа группы A , σ – цикл длины k из \mathbf{S}_k , k делит $l - 1$, то

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{l, \sigma, k} = \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k.$$

Полагая в теореме 2.1 $l = k + 1$, получим

Следствие 3.6. Если B – подгруппа группы A , подстановка σ из \mathbf{S}_k удовлетворяет условию $\sigma^{k+1} = \sigma$, то

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{k+1, \sigma, k} = \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k.$$

Полагая в следствии 3.6, σ – цикл длины k из \mathbf{S}_k , получим

Следствие 3.7. Если B – подгруппа группы A , σ – цикл длины k из \mathbf{S}_k , то

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{k+1, \sigma, k} = \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k.$$

Полагая в следствии 3.6 $\sigma = (12 \dots k)$, получим

Следствие 3.8. Если B – подгруппа группы A , то

$$(\mathbf{HN}_{A^k}(B^k))_{k+1, (12 \dots k), k} = \underbrace{\mathbf{N}_A(B) \times \dots \times \mathbf{N}_A(B)}_k.$$

Полагая в следствии 3.8 $k = 2$, получим

Следствие 3.9. Если B – подгруппа группы, то

$$(\mathbf{HN}_{A^2}(B^2))_{3, (12), 2} = \mathbf{N}_A(B) \times \mathbf{N}_A(B).$$

Литература

1. Post, E.L. Polyadic groups / E.L. Post // Trans. Amer. Math. Soc. – 1940. – Vol. 48, № 2. – P. 208–350.
2. Гальмак, А.М. Многместные операции на декартовых степенях / А.М. Гальмак. – Минск : Изд. центр БГУ, 2009. – 265 с.
3. Русаков, С.А. Алгебраические n -арные системы / С.А. Русаков. – Мн. : Навука і тэхніка, 1992. – 245 с.
4. Гальмак, А.М. Полиадические операции и обобщённые матрицы / А.М. Гальмак. – Могилёв, 2015. – 295 с.

¹Могилевский государственный университет продовольствия

²Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

УДК 512.548

Центроиды многоугольников и самосовмещение элементов n -арных групп

Д.И. Кириллук

Исследуются многоугольники n -арной группы. Устанавливаются связи между понятием центроида и самосовмещения произвольной точки n -арной группы относительно элементов последовательности вершин многоугольника G .

Ключевые слова: n -арная группа, треугольник G , шестиугольник G , вектор G , центроид.

The polygons of n -ary groups are investigated. Connection between the concept of centroid and self-returning of any point of n -ary group concerning elements of sequence of tops of a polygon G is established.

Keywords: n -ary group, triangle G , hexagon G , vector G , centroid.

Введение. В начале XXI-го века активизировалось развитие полиадических алгебраических систем, об этом свидетельствует возросшее число работ (см., например, [1–7]). Такое положение связано, на наш взгляд, с тем, что теория n -арных групп находит приложения в различных областях знаний, в частности в аффинной геометрии. Впервые элементы аффинной геометрии на тернарной группе были построены Д. Вакареловым [8]. Отметим, что для произвольного $n \geq 2$ С.А. Русаков в [9] построил аффинное пространство $W(G)$ методом фундаментальных последовательностей векторов полуабелевой n -арной rs -группы G и доказал изоморфное вложение всякой абелевой n -арной rs -группы G в абелеву n -арную группу, построенную на множестве $W(G)$. Эти исследования были углублены и развиты в работах Ю.И. Кулаженко [10]. Также им было предложено новое направление исследований полиадических операций – самосовмещение элементов n -арных групп.

Представляемая статья примыкает к указанной области исследований n -арных групп, в частности установлены связи между центроидом двух треугольников G и самосовмещением произвольной точки $p \in G$ относительно элементов последовательности вершин шестиугольника G (теорема 1), в теоремах 3 получены условия нахождения центроида шестиугольника G .

Предварительные понятия и результаты. В теоретической механике центроидом однородного n -угольника называют точку M , для которой справедливо равенство

$$\overrightarrow{MR_1} + \overrightarrow{MR_2} + \dots + \overrightarrow{MR_n} = \vec{0},$$

где R_1, R_2, \dots, R_n – вершины n -угольника.

По аналогии вводится следующее определение.

Определение 1. Центроидом k -угольника $\langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ n -арной группы G назовем точку x из G , которая удовлетворяет следующему равенству

$$\overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{xa_2} + \dots + \overrightarrow{xa_k} = \vec{0}.$$

Определения и обозначения, принятые в теории n -арных групп, можно найти в [9], [10]. Напомним некоторые из них.

Определение 2 [9]. Упорядоченная пара $\langle a, b \rangle$ точек $a, b \in G$ называется направленным отрезком G и обозначается через \overline{ab} .

Определение 3 [9]. Пишут $\overline{ab} = \overline{cd}$ и говорят, что направленные отрезки \overline{ab} и \overline{cd} G равны, если четырехугольник $\langle a, c, d, b \rangle$ является параллелограммом G .

Пусть V – множество всех направленных отрезков G .

Это отношение « \equiv » разбивает множество V на классы эквивалентности (см. [2]).

Определение 4 [9]. Если $\overline{ab} \in V$, то множество $\{\overline{uv} \mid \overline{uv} \in V, \overline{uv} = \overline{ab}\}$ называют вектором G и обозначают через \overline{ab} , или одной малой буквой латинского алфавита; например, $\overline{ab} = \overline{p}$. Через $V(G)$ обозначают множество всех векторов G .

Определение 5 [9]. Два вектора $\vec{p} = \overline{ab}$ и $\vec{q} = \overline{cd}$ из $V(G)$ называют равными и пишут $\vec{p} = \vec{q}$, если их представители \overline{ab} и \overline{cd} равны.

Определение 6 [9]. Пусть G – n -арная группа, \vec{p} и $\vec{q} \in V(G)$ и $a \in G$. Если \overline{ab} и \overline{bc} такие векторы, что $\vec{p} = \overline{ab}$ и $\vec{q} = \overline{bc}$, то суммой векторов \vec{p} и \vec{q} называют вектор из $V(G)$, обозначаемый через $\vec{p} + \vec{q}$ и определяемый так: $\vec{p} + \vec{q} = \overline{ac}$ или $\overline{ab} + \overline{bc} = \overline{ac}$.

Определение 7 [9]. Пусть G – n -арная группа. Последовательность $e_1^{k(n-1)} \in G^{k(n-1)}$, где $k \geq 1$ называют нейтральной $k(n-1)$ -последовательностью G , если $[e_1^{k(n-1)}u] = u = [ue_1^{k(n-1)}]$ для любого элемента $u \in G$.

Определение 8 [10]. Говорят, что точка p самосовмещается относительно элементов последовательности $\langle a_1, \dots, a_k \rangle$, если

$$S_{a_k}(\dots(S_{a_2}(S_{a_1}(p)))) = p,$$

где $p \in A$, $a_i^k \in A^k$.

Определение 9 [10]. n -Арную группу G называют полуабелевой, если для любой последовательности $x_1, x_2, \dots, x_n \in G$ справедливо равенство

$$[x_1x_2\dots x_{n-1}x_n] = [x_nx_2\dots x_{n-1}x_1].$$

Лемма 1. [10] Пусть G – произвольная n -арная группа. G будет полуабелевой тогда и только тогда, когда для любых точек a, b, c, d из G справедливо равенство

$$\overline{ab} + \overline{cd} = \overline{ad} + \overline{cb}.$$

Установим справедливость следующей леммы.

Лемма 2. Пусть G – полуабелева n -арная группа, a_1, a_2, \dots, a_6 – произвольные точки из G ($k \in N$). Произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, тогда и только тогда, когда справедливо равенство

$$a_6 = [[a_1a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3^{[-2]} a_4^{2n-4} a_4^{[-2]} a_5^{2n-4}].$$

Доказательство. 1. Пусть произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $G \langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, т. е. справедливо равенство

$$S_{a_1}(S_{a_2}(S_{a_3}(S_{a_4}(S_{a_5}(S_{a_6}(p)))))) = p,$$

которое в силу определения симметричных точек справедливо следующему

$$[a_1a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3^{[-2]} a_4^{2n-4} a_4^{[-2]} a_5^{2n-4} a_6^{[-2]} pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} a_5a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_3a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_1] = p. \quad (1)$$

С учетом определений 4 и 5, перепишем (1) в следующем виде

$$\overrightarrow{pa_1a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3^{[-2]} a_4^{2n-4} a_4^{[-2]} a_5^{2n-4} a_6^{[-2]} pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} a_5a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_3a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_1} = \vec{0}.$$

С учетом определения 6 имеем

$$\overrightarrow{pa_1 + a_2[a_3a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5a_6^{[-2]} a_6^{2n-4} pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} a_5a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_3a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_1]} = \vec{0},$$

$$\overrightarrow{pa_1 + a_2a_3 + a_4[a_5a_6^{[-2]} a_6^{2n-4} pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} a_5a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_3a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_1]} = \vec{0},$$

...

$$\overrightarrow{pa_1 + a_2a_3 + a_4a_5 + a_6p + a_6a_5 + a_4a_3 + a_2a_1} = \vec{0}.$$

Так как G – полуабелева, то, учитывая определение 6, получаем

$$\overrightarrow{(a_6p + pa_1) + a_2a_3 + a_4a_5 + a_6a_5 + a_4a_3 + a_2a_1} = \vec{0},$$

$$\overrightarrow{a_6a_1 + a_2a_3 + a_4a_5 + a_6a_5 + a_4a_3 + a_2a_1} = \vec{0},$$

$$\overrightarrow{a_6a_1 + (a_6a_5 + a_2a_1) + (a_2a_3 + a_4a_5) + a_4a_3} = \vec{0}.$$

Применяя лемму 1 к полученному равенству, имеем

$$\begin{aligned} \overline{a_6 a_1} + (\overline{a_6 a_1} + \overline{a_2 a_5}) + (\overline{a_2 a_5} + \overline{a_4 a_3}) + \overline{a_4 a_3} &= \vec{0}, \\ \overline{a_6 a_1} + \overline{a_6 a_1} + \overline{a_2 a_5} + \overline{a_2 a_5} + \overline{a_4 a_3} + \overline{a_4 a_3} &= \vec{0}, \\ 2\overline{a_6 a_1} + 2\overline{a_2 a_5} + 2\overline{a_4 a_3} &= \vec{0}, \\ 2(\overline{a_6 a_1} + \overline{a_2 a_5} + \overline{a_4 a_3}) &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Разделим левую и правую части полученного равенства на 2. Получим

$$\overline{a_6 a_1} + \overline{a_2 a_5} + \overline{a_4 a_3} = \vec{0},$$

что равносильно следующим

$$\begin{aligned} \overline{a_6 [a_1 a_2^{[-2]} a_2 a_5] + a_4 a_3} &= \vec{0}, \\ \overline{a_6 [a_1 a_2^{[-2]} a_2 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3]} &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Из полученного равенства, с учетом определения 5, вытекает справедливость равенства

$$a_6 = [a_1 a_2^{[-2]} a_2 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3].$$

2. Пусть теперь справедливо равенство

$$a_6 = [[a_1 a_2^{[-2]} a_2 a_3] a_4^{[-2]} a_4 a_5]. \quad (2)$$

Умножим левую и правую части равенства (2) справа на $a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2$. С учетом нейтральности последовательностей $g^{[-2]} g g$ для любого $g \in G$, имеем

$$\begin{aligned} [a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2] &= [a_1 a_2^{[-2]} a_2 a_3 a_4^{[-2]} a_4 [a_5 a_5^{[-2]} a_5 a_4] a_3^{[-2]} a_3 a_2], \\ [a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2] &= [a_1 a_2^{[-2]} a_2 [a_3 a_4^{[-2]} a_4 a_4] a_3^{[-2]} a_3 a_2], \\ [a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2] &= [a_1 a_2^{[-2]} a_2 [a_3 a_3^{[-2]} a_3 a_2]], \\ [a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2] &= a_1. \end{aligned}$$

С учетом определения симметричных точек, рассмотрим выражение

$$\begin{aligned} S_{a_1} (S_{a_2} (S_{a_3} (S_{a_4} (S_{a_5} (S_{a_6} (p)))))) &= \\ = [a_1 a_2^{[-2]} a_2 a_3 a_4^{[-2]} a_4 a_5 a_6^{[-2]} a_6 p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] & \quad (3) \end{aligned}$$

Подставим (2) в (3). С учетом полуабелевости и нейтральности последовательностей, получим

$$\begin{aligned} [[a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2] a_2^{[-2]} a_2 a_3 a_4^{[-2]} a_4 a_5 a_6^{[-2]} a_6 p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] &= \\ = [a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 [a_2 a_2^{[-2]} a_2 a_3] a_4^{[-2]} a_4 a_5 a_6^{[-2]} a_6 p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] &= \\ = [a_6 a_5^{[-2]} a_5 [a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_3] a_4^{[-2]} a_4 a_5 a_6^{[-2]} a_6 p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] &= \\ = [a_6 a_5^{[-2]} a_5 [a_4 a_4^{[-2]} a_4 a_5] a_6^{[-2]} a_6 p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] &= \\ = [[[a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_5] a_6^{[-2]} a_6 p] a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] &= \\ = [p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_1] &= \\ = [p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 [a_6 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_2]] &= \\ = [p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 a_3 a_2^{[-2]} a_2 [a_2 a_5^{[-2]} a_5 a_4 a_3^{[-2]} a_3 a_6]] &= \\ = [p a_6^{[-2]} a_6 a_5 a_4^{[-2]} a_4 [a_3 a_2^{[-2]} a_2 a_2 a_5^{[-2]} a_5 a_4] a_3^{[-2]} a_3 a_6] &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= [pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} a_5 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} [a_4 a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_2 a_5^{[-2]} a_5^{2n-4} a_3] a_3^{[-2]} a_3^{2n-4} a_6] = \\
 &= [pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} [a_5 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} [a_4 a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_2] a_5^{[-2]} a_5^{2n-4} a_3 a_3^{[-2]} a_3^{2n-4} a_6] = \\
 &= [pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} [a_5 a_5^{[-2]} a_5^{2n-4} a_3] a_3^{[-2]} a_3^{2n-4} a_6] = \\
 &= [pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} [a_3 a_3^{[-2]} a_3^{2n-4} a_6] = [pa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} a_6] = p. \tag{4}
 \end{aligned}$$

Из преобразований (2)–(4) следует, что произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$.

Лемма доказана.

Основные результаты.

Теорема 1. Пусть G полуабелева n -арная группа, a_1, a_2, \dots, a_6 – произвольные точки из G . Если точка x – центроид треугольников $\langle a_1, a_3, a_5 \rangle$ и $\langle a_2, a_4, a_6 \rangle$, то произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, т. е. справедливо равенство

$$S_{a_1}(S_{a_2}(S_{a_3}(S_{a_4}(S_{a_5}(S_{a_6}(p)))))) = p.$$

Доказательство. Так как x – центроид треугольника $\langle a_1, a_3, a_5 \rangle$, то по определению 1 справедливо равенство

$$\overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_5} = \vec{0}. \tag{5}$$

А так как x является центроидом треугольника $\langle a_2, a_4, a_6 \rangle$, то по определению 1 имеем

$$\overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_6} = \vec{0}. \tag{6}$$

Умножим левую и правую части равенства (5) на (-1) , получаем

$$\begin{aligned}
 -\overrightarrow{xa_1} - \overrightarrow{xa_3} - \overrightarrow{xa_5} &= \vec{0}, \\
 \overrightarrow{a_1x} + \overrightarrow{a_3x} + \overrightarrow{a_5x} &= \vec{0}.
 \end{aligned}$$

Из полученного равенства на основании определения 6 вытекает

$$\overrightarrow{a_1[xa_3^{[-2]} a_3^{2n-4} xa_5^{[-2]} a_5^{2n-4} x]} = \vec{0},$$

что по определению 5 равносильно следующему равенству

$$a_1 = [xa_3^{[-2]} a_3^{2n-4} xa_5^{[-2]} a_5^{2n-4} x]. \tag{7}$$

Аналогично из (6) следует

$$a_2 = [xa_4^{[-2]} a_4^{2n-4} xa_6^{[-2]} a_6^{2n-4} x]. \tag{8}$$

Рассмотрим выражение вида

$$[a_1 a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5]. \tag{9}$$

Подставим значения a_1 из (7) в (9). С учетом полуабелевости G и нейтральности последовательностей $g^{[-2]} g g$ для любого $g \in G$, получим

$$\begin{aligned}
 &[a_1 a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5] = [[xa_3^{[-2]} a_3^{2n-4} xa_5^{[-2]} a_5^{2n-4} x] a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5] = \\
 &= [xa_3^{[-2]} a_3^{2n-4} xa_5^{[-2]} a_5^{2n-4} [a_3 a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} x] a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5] = [xa_3^{[-2]} a_3^{2n-4} [xa_5^{[-2]} a_5^{2n-4} a_3] a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} [xa_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5]] = \\
 &= [[xa_3^{[-2]} a_3^{2n-4} a_3] a_5^{[-2]} a_5^{2n-4} [xa_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_5] a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} x] = [[xa_5^{[-2]} a_5^{2n-4} a_5] a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} xa_4^{[-2]} a_4^{2n-4} x] = \\
 &= [xa_2^{[-2]} a_2^{2n-4} xa_4^{[-2]} a_4^{2n-4} x]. \tag{10}
 \end{aligned}$$

Подставим значения a_2 из (8) в выражение (10). С учетом полуабелевости G и нейтральности последовательностей, имеем

$$\begin{aligned} [xa_2^{[-2]^{2n-4}} a_2^{[-2]^{2n-4}} xa_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} x] &= [[xx^{[-2]^{2n-4}} x a_6^{[-2]^{2n-4}}] x^{[-2]^{2n-4}} x [a_4 x^{[-2]^{2n-4}} x x] a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} x] = \\ &= [a_6 x^{[-2]^{2n-4}} x [a_4 a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} x]] = [a_6 x^{[-2]^{2n-4}} x x] = a_6. \end{aligned} \quad (11)$$

Из преобразований (10)–(11) следует справедливость равенства

$$[a_1 a_2^{[-2]^{2n-4}} a_2^{[-2]^{2n-4}} a_3 a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} a_5] = a_6.$$

Из полученного равенства на основании леммы 2 следует, что произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, т.е. справедливо равенство

$$S_{a_1}(S_{a_2}(S_{a_3}(S_{a_4}(S_{a_5}(S_{a_6}(p)))))) = p.$$

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть G полуабелева n -арная группа, a_1, a_2, \dots, a_6 – произвольные точки из G . Если произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, и точка x является центроидом одного из треугольников G : $\langle a_1, a_3, a_5 \rangle$ или $\langle a_2, a_4, a_6 \rangle$, то x – центроид шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$.

Доказательство. 1. Пусть x – центроид треугольника $\langle a_1, a_3, a_5 \rangle$, то по определению 1 справедливо равенство

$$\overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_5} = \vec{0}. \quad (12)$$

Рассмотрим следующее выражение

$$\overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_5} + \overrightarrow{xa_6}. \quad (13)$$

С учетом равенства (12), полуабелевости G , перепишем (13) следующим образом

$$\begin{aligned} \overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_5} + \overrightarrow{xa_6} &= (\overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_5}) + \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_6} = \\ &= \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_6}. \end{aligned} \quad (14)$$

Так как произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, то согласно лемме 2 справедливо равенство

$$a_6 = [a_1 a_2^{[-2]^{2n-4}} a_2^{[-2]^{2n-4}} a_3 a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} a_5]. \quad (15)$$

Подставим (15) в выражение (14), с учетом определения 5, полуабелевости G , леммы 1 и равенства (12), получим

$$\begin{aligned} \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_6} &= \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + x[a_1 a_2^{[-2]^{2n-4}} a_2^{[-2]^{2n-4}} a_3 a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} a_5] = \\ &= \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + xa_1 + a_2[a_3 a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} a_5] = \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{a_2 a_3} + \overrightarrow{a_4 a_5} = \\ &= (\overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{a_2 a_3}) + (\overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{a_4 a_5}) + \overrightarrow{xa_1} = (\overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{a_2 a_2}) + (\overrightarrow{xa_5} + \overrightarrow{a_4 a_4}) + \overrightarrow{xa_1} = \\ &= \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_5} + \overrightarrow{xa_1} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (13)–(16) следует, что x – центроид шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$.

2. Пусть x – центроид треугольника $\langle a_2, a_4, a_6 \rangle$, то по определению 1 имеем

$$\overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_6} = \vec{0}. \quad (17)$$

Так как произвольная точка $p \in G$ самосовмещается относительно элементов последовательности вершин шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$, то согласно лемме 2 справедливо равенство

$$a_6 = [a_1 a_2^{[-2]^{2n-4}} a_2^{[-2]^{2n-4}} a_3 a_4^{[-2]^{2n-4}} a_4^{[-2]^{2n-4}} a_5]. \quad (18)$$

Подставим (18) в левую часть равенства (17). Учитывая определений 5 и 6 получаем

$$\begin{aligned} \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + x \overrightarrow{[a_1 a_2^{[-2]} a_2^{2n-4} a_3 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5]} &= \vec{0}, \\ \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_1} + a_2 \overrightarrow{[a_3 a_4^{[-2]} a_4^{2n-4} a_5]} &= \vec{0}, \\ \overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{xa_1} + \overrightarrow{a_2 a_3} + \overrightarrow{a_4 a_5} &= \vec{0}. \end{aligned} \tag{19}$$

На основании леммы 1 равенство (19) равносильно следующему

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{xa_2} + \overrightarrow{a_2 a_3}) + (\overrightarrow{xa_4} + \overrightarrow{a_4 a_5}) + \overrightarrow{xa_1} &= \vec{0}, \\ (\overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{a_2 a_2}) + (\overrightarrow{xa_5} + \overrightarrow{a_4 a_4}) + \overrightarrow{xa_1} &= \vec{0}, \\ \overrightarrow{xa_3} + \overrightarrow{xa_5} + \overrightarrow{xa_1} &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Из полученного равенства вытекает, что x – центроид треугольника $\langle a_1, a_3, a_5 \rangle$. А значит, согласно первой части доказательства теоремы, x является центроидом шестиугольника $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \rangle$.

Теорема доказана.

Литература

1. Гальмак, А.М. n -арные группы / А.М. Гальмак. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2003. – Ч. 1. – 196 с.
2. Гальмак, А.М. n -арные группы / А.М. Гальмак. – Минск: Изд. Центр БГУ, 2007. – Ч. 2 – 323 с.
3. Дудек, В. Алгебры Менгера многоместных функций / В. Дудек, В.С. Трохименко. – Кишинёв: Гос. университет Молдовы, 2006. – 237 с.
4. Гальмак, А.М. Единицы и их аналоги в n -арных группах / А.М. Гальмак // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2015. – № 4. – С. 46–55.
5. Гальмак, А.М. Полиадические операции на множествах функций / А.М. Гальмак, Ю.И. Кулаженко. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2013. – 192 с.
6. Щучкин, Н.А. Строение конечных полуабелевых n -арных групп / Н.А. Щучкин // Чебышевский сб. – 2016. – Т. 17, № 1. – С. 254–269.
7. Аль-Шейхахмад, А.О сверхразрешимости одного класса конечных групп / А. Аль-Шейхахмад // Известия Гомельского гос. университета им. Ф. Скорины. – 2004. – № 4 (25) – С. 121–123.
8. Вакарелов, Д. Тернарни групи / Д. Вакарелов // Годишник Софийского ун-та. Матфак. – 1966–1968. – Т. 61.– С. 71–105.
9. Русаков, С.А. Некоторые приложения теории n -арных групп / С.А. Русаков. – Минск : Белорусская наука, 1998. – 167 с.
10. Кулаженко, Ю.И. Полиадические операции и их приложения / Ю.И. Кулаженко. – Минск : Изд. Центр БГУ, 2014. – 311 с.

О некоторых приложениях полиадических операций в аффинной геометрии

Ю.И. КУЛАЖЕНКО

Установлено, что произведение любого четного конечного числа отражений от точки полуабелевой n -арной группы есть параллельный перенос, а произведение произвольного нечетного конечного числа отражений от точки есть отражение от точки. Предложен новый метод построения четырехугольника полуабелевой n -арной группы с заданным центроидом.

Ключевые слова: n -арная группа, параллелограмм G , вектор G , центроид четырехугольника G .

It was found that the product of any even number of reflections from the point of a semiabelien n -ary group is a parallel translation, and the product of any odd number of reflections from the point is a reflection of the point. A new method of constructing a quadrilateral of semiabelien n -ary group with a given centroid is offered.

Keywords: n -ary group, parallelogram G , vector G , centroid of quadrangle G .

Введение. Центральной задачей любой научной теории является задача о нахождении и описании тех исследуемых в ней объектов, которые будут полезны в различных приложениях этой теории. Известно, что полиадические операции, в настоящее время, относятся к математическим объектам, которые востребованы в теории автоматов, в криптографии, в системах защиты информации, в системах распознавания образов и др.

Одним из важнейших направлений развития полиадических операций является их приложение в аффинной геометрии. Отметим, что впервые элементы аффинной геометрии на тернарной группе были построены Д. Вакареловым [1]. С.А. Русаков, применив иные подходы и методы, развил указанное направление исследований и получил содержательные результаты в [2]. Дальнейшее развитие приложений полиадических операций в аффинной геометрии нашло отражение в монографии автора [3].

В представляемой статье при помощи полиадических операций получены n -арные аналоги известных утверждений из аффинной геометрии: произведение отражения от точки и параллельного переноса есть отражение от точки (теорема 1), произведение параллельного переноса и отражения от точки есть отражение от точки (теорема 2). Средствами теории n -арных групп установлено, что произведение любого четного конечного числа отражений от точки есть параллельный перенос, а произведение произвольного нечетного конечного числа отражений от точки есть отражение от точки (теорема 3). В теореме 4 предложен новый метод построения четырехугольника полуабелевой n -арной группы с заданным центроидом.

Предварительные понятия и результаты.

Напомним некоторые известные определения. Пусть G – n -арная группа.

Определение 1. Четырехугольник $\langle a, b, c, d \rangle$ G называют параллелограммом G , если

$$[ab^{[-2]} \ b \ c] = d.$$

Определение 2. Упорядоченную пару $\langle a, b \rangle$ точек $a, b \in G$ называют направленным отрезком G и обозначают через \overline{ab} .

Определение 3. Пишут $\overline{ab} = \overline{cd}$ и говорят, что направленные отрезки \overline{ab} и \overline{cd} из G равны, если четырехугольник $\langle a, c, d, b \rangle$ является параллелограммом G .

Пусть V – множество всех направленных отрезков G .

Отношение « \equiv » разбивает множество V на классы эквивалентности (см. [2]).

Определение 4. Если $\overline{ab} \in V$, то множество $\{\overline{uv} \mid \overline{uv} \in V, \overline{uv} = \overline{ab}\}$ называют вектором G и обозначают через \overline{ab} , или одной малой буквой латинского алфавита; например, $\overline{ab} = \overline{p}$. Через $V(G)$ обозначают множество всех векторов G .

Определение 5. Два вектора $\vec{p} = \overline{ab}$ и $\vec{q} = \overline{cd}$ из $V(G)$ называют равными и пишут $\vec{p} = \vec{q}$, если их представители \overline{ab} и \overline{cd} равны.

Определение 6. Пусть G – n -арная группа, \vec{p} и $\vec{q} \in V(G)$ и $a \in G$. Если \overline{ab} и \overline{bc} такие векторы, что $\vec{p} = \overline{ab}$ и $\vec{q} = \overline{bc}$, то суммой векторов \vec{p} и \vec{q} называется вектор из $V(G)$, обозначаемый через $\vec{p} + \vec{q}$ и определяемый так: $\vec{p} + \vec{q} = \overline{ac}$ или $\overline{ab} + \overline{bc} = \overline{ac}$.

Определение 7. Пусть G – n -арная группа. Последовательность $e_1^{k(n-1)} \in G^{k(n-1)}$, где $k \geq 1$, называют нейтральной $k(n-1)$ -последовательностью G . $[e_1^{k(n-1)}u] = u = [ue_1^{k(n-1)}]$ для любого элемента $u \in G$.

В [2] доказано, что для любых точек равенства

$$[ab^{[-2]} b^{2n-4} c] = b, \tag{1}$$

$$[cb^{[-2]} b^{2n-4} a] = b \tag{2}$$

эквивалентны.

Определение 8. Если выполняется равенство (1) или (2), то b называют серединой отрезка $[ac]$. Если имеет место равенство (1) (равенство (2)), то точку c (точку a) называют точкой, симметричной точке a (точке c) относительно точки b , и обозначают через (через $S_b(c)$), т.е. $c = S_b(a)$ ($a = S_b(c)$).

Из (1) или (2) следует, что

$$S_b(a) = [ba^{[-2]} a^{2n-4} b],$$

$$S_b(c) = [bc^{[-2]} c^{2n-4} b].$$

Другие используемые определения и обозначения можно найти в [2]–[4].

Основные результаты.

Теорема 1. Если G полуабелева n -арная $2s$ -группа, a, b, c – произвольные точки из G , а точки $u, v \in G$ такие, что четырехугольник $\langle S_c(a), S_c(b), u, v \rangle$ – параллелограмм G , то существует точка $x \in G$ такая, что справедливы равенства:

$$S_x(a) = v, \quad S_x(b) = u.$$

Доказательство. Поскольку G полуабелева n -арная $2s$ -группа, то четырехугольник $\langle a, b, S_c(a), S_c(b) \rangle$ – параллелограмм G . Это следует из теоремы 2.3.1 из [3].

Действительно,

$$\begin{aligned} [ab^{[-2]} b^{2n-4} S_c(a)] &= [ab^{[-2]} b^{2n-4} [ca^{[-2]} a^{2n-4} c]] = \\ &= [ab^{[-2]} a^{2n-4} ca^{[-2]} a^{2n-4} c] = [cb^{[-2]} b^{2n-4} ca^{[-2]} a^{2n-4} a] = [cb^{[-2]} b^{2n-4} c] = S_c(b). \end{aligned}$$

Поскольку $\langle a, b, S_c(a), S_c(b) \rangle$ и $\langle S_c(a), S_c(b), u, v \rangle$ – параллелограммы G , то на основании предложения 3 из [2] следует, что четырехугольник $\langle a, b, v, u \rangle$ – параллелограмм G .

На основании леммы 2.2.4 из [3] и того, что $\langle a, b, v, u \rangle$ параллелограмм полуабелевой n -арной $2s$ -группы G , заключаем, что существует точка $x \in G$ такая, что $S_x(a) = v$ и $S_x(b) = u$.

Теорема доказана.

Теорема 2. Если a, b, c – произвольные точки полуабелевой n -арной $2s$ -группы G , а точка $d \in G$ такая, что $\langle a, b, c, d \rangle$ – параллелограмм G , то, какая бы ни была точка $u \in G$, четырехугольник $\langle a, b, S_u(d), S_u(c) \rangle$ – параллелограмм G .

Доказательство. Докажем, что $\langle a, b, S_u(d), S_u(c) \rangle$ – параллелограмм G . Для этого, согласно определению параллелограмма G , установим справедливость равенства

$$[ab^{[-2]} b^{2n-4} S_u(d)] = S_u(c). \tag{3}$$

Рассмотрим левую часть равенства (3) с учетом свойства полуабелевости n -арной группы G , определений 1 и 8, а также нейтральности последовательностей $x^{[-2]} x^{2n-4} x$ и $xx^{[-2]} x^{2n-4}$ для любого $x \in G$. Имеем

$$\begin{aligned} [ab^{[-2]} b^{2n-4} S_u(d)] &= [ab^{[-2]} b^{2n-4} [ud^{[-2]} d^{2n-4} u]] = [ab^{[-2]} b^{2n-4} cc^{[-2]} c^{2n-4} ud^{[-2]} d^{2n-4} u] = \\ &= [[ab^{[-2]} b^{2n-4} c]c^{[-2]} c^{2n-4} ud^{[-2]} d^{2n-4} u] = [dc^{[-2]} c^{2n-4} ud^{[-2]} d^{2n-4} u] = \\ &= [uc^{[-2]} c^{2n-4} ud^{[-2]} d^{2n-4} d] = [uc^{[-2]} c^{2n-4} u] = S_u(c). \end{aligned} \quad (4)$$

На основании равенства (4) и определения 1 заключаем, что четырехугольник $\langle a, b, S_u(d), S_u(c) \rangle$ – параллелограмм G . На основании леммы 2.2.4 из [3] и того, что $\langle a, b, S_u(d), S_u(c) \rangle$ параллелограмм полуабелевой n -арной $2s$ -группы G , заключаем, что существует точка $x \in G$ такая, что $S_x(a) = S_u(d)$ и $S_x(b) = S_u(c)$.

Теорема доказана.

Лемма 1. Для произвольных точек a, b, c полуабелевой n -арной группы G справедливо равенство

$$\overline{ab} = \overline{S_c(b)S_c(a)} \quad (5)$$

Доказательство. Из определения 3 следует, что равенство (5) будет справедливым, если четырехугольник $\langle a, b, S_c(a), S_c(b) \rangle$ – параллелограмм G .

Рассмотрим выражение $[ab^{[-2]} b^{2n-4} S_c(a)]$ с учетом свойства полуабелевости n -арной группы G , определения симметричных точек и нейтральности последовательности $xx^{[-2]} x^{2n-4}$ для любого $x \in G$. Имеем

$$\begin{aligned} [ab^{[-2]} b^{2n-4} S_c(a)] &= [ab^{[-2]} b^{2n-4} [ca^{[-2]} a^{2n-4} c]] = \\ &= [[ab^{[-2]} b^{2n-4} c]a^{[-2]} a^{2n-4} c] = [[cb^{[-2]} b^{2n-4} a]a^{[-2]} a^{2n-4} c] = \\ &= [cb^{[-2]} b^{2n-4} aa^{[-2]} a^{2n-4} c] = [cb^{[-2]} b^{2n-4} c] = S_c(b) \end{aligned} \quad (6)$$

На основании равенства (6) и определения 1 заключаем, что $\langle a, b, S_c(a), S_c(b) \rangle$ – параллелограмм, а значит справедливо равенство (5).

Лемма доказана.

Теорема 3. Пусть $a, b, c_1, c_2, \dots, c_k, c_{k+1}$ – произвольные точки полуабелевой n -арной группы G , где k -произвольное, четное, натуральное число. Если осуществить обход точками a и b элементов последовательности точек $\langle c_1, \dots, c_k \rangle$ то получим соответственно точки $S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a))))$ и $S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))$ такие, что векторы \overline{ab} и $\overline{S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a))))S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))}$ равны, а если осуществить обход точками a и b элементов последовательности точек $\langle c_1, \dots, c_k, c_{k+1} \rangle$, то получим соответственно точки $S_{c_{k+1}}(S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a))))$ и $S_{c_{k+1}}(S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))$ такие, что векторы \overline{ab} и $\overline{S_{c_{k+1}}(S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))S_{c_{k+1}}(S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a))))}$ равны, т.е. справедливы следующие равенства:

$$\overline{ab} = \overline{S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a))))S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))}, \quad (7)$$

$$\overline{ab} = \overline{S_{c_{k+1}}(S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))S_{c_{k+1}}(S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a))))}. \quad (8)$$

Доказательство. Для доказательства равенства (7) воспользуемся определением 3, т.е. докажем, что четырехугольник $\langle a, b, S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))$, $S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a)))) \rangle$ – параллелограмм G . Для этого, согласно определению 1, необходимо установить справедливость равенства

$$[ab^{[-2]} b^{2n-4} S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b))))] = S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a)))) \quad (9)$$

Согласно определению 8, симметричных точек,

$$S_{c_1}(b) = [c_1 b^{[-2]} \quad b \quad c_1] \text{ и } S_{c_2}(S_{c_1}(b)) = [c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad b c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2].$$

С учетом того, что k – четное натуральное число, имеем

$$S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b)))) = [c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad b c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k]. \quad (10)$$

Аналогично получаем

$$S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a)))) = [c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad a c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k]. \quad (11)$$

Учитывая равенства (10) и (11), равенство (9), справедливость которого мы должны установить, принимает вид

$$\begin{aligned} [ab^{[-2]} \quad b \quad [c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad b c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k]] = \\ = [c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad a c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k] \end{aligned} \quad (12)$$

Рассмотрим левую часть равенства (12) с учетом свойства полуабелевости n -арной группы G и нейтральности последовательности $xx^{[-2]} \quad x$ для любого $x \in G$. Имеем

$$\begin{aligned} [ab^{[-2]} \quad b \quad [c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad b c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k]] = \\ = [[ab^{[-2]} \quad b \quad c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad b] c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k] = \\ = [[bb^{[-2]} \quad b \quad c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad a] c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k] = \\ = [c_k c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \dots c_2 c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad a c_1^{[-2]} \quad c_1 \quad c_2 \dots c_{k-1}^{[-2]} \quad c_{k-1} \quad c_k]. \end{aligned}$$

Следовательно, мы установили справедливость равенства (12), а значит доказали, что четырехугольник $\langle a, b, S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(b)))) \dots, S_{c_k}(\dots(S_{c_2}(S_{c_1}(a)))) \dots \rangle$ – параллелограмм G и справедливо равенство (7).

Справедливость равенства (8) следует из равенства (7) и леммы 1.

Теорема доказана.

Теорема 4. Если G – полуабелева n -арная группа, точки p, a, b, c – произвольные из G , а точка $x \in G$ такая, что $S_x(a) = c$, то x – центроид четырехугольника $\langle p, S_a(p), S_b(S_a(p)), S_c(S_b(S_a(p))) \rangle$, т.е. справедливо равенство

$$\overrightarrow{xp} + \overrightarrow{xS_a(p)} + \overrightarrow{xS_b(S_a(p))} + \overrightarrow{xS_c(S_b(S_a(p)))} = \vec{0} \quad (13)$$

Доказательство. Найдем сумму векторов из левой части равенства (13). Для этого используем лемму 2.2.2 из [3], свойство полуабелевости G и определение симметричных точек. Имеем

$$\begin{aligned} \overrightarrow{xp} + \overrightarrow{xS_a(p)} = x[p x^{[-2]} \quad x \quad S_a(p)] = x[p x^{[-2]} \quad x \quad [a p^{[-2]} \quad p \quad a]] = \\ = x[ax^{[-2]} \quad x \quad p p^{[-2]} \quad p \quad a] = x[ax^{[-2]} \quad x \quad a] \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом (14), леммы 2.2.2 из [3], определение симметричных точек, свойства полуабелевости G , равенства 2.2.7 из [2] имеем

$$\begin{aligned} \overrightarrow{xp} + \overrightarrow{xS_a(p)} + \overrightarrow{x(S_b(S_a(p)))} = x[ax^{[-2]} \quad x \quad a] + xS_b([a p^{[-2]} \quad p \quad a]) = \\ = x[ax^{[-2]} \quad x \quad a] + x[b[ap^{[-2]} \quad p \quad a]^{[-2]} \quad [ap^{[-2]} \quad p \quad a] \dots b] = \\ = x[ax^{[-2]} \quad x \quad a] + x[ba^{[-2]} \quad a \quad p a^{[-2]} \quad a \quad b] = \\ = x[[ax^{[-2]} \quad x \quad a] x^{[-2]} \quad x \quad [ba^{[-2]} \quad a \quad p a^{[-2]} \quad a \quad b]] = \\ = x[ax^{[-2]} \quad x \quad [ax^{[-2]} \quad x \quad b] a^{[-2]} \quad a \quad p a^{[-2]} \quad a \quad b] = \end{aligned}$$

$$= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x bx^{[-2]} x} \overrightarrow{aa^{[-2]} a} \overrightarrow{pa^{[-2]} a} \overrightarrow{a} \overrightarrow{a}] = x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}] \quad (15)$$

Аналогично, с учетом (15) и предыдущих рассуждений,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{xp} + \overrightarrow{xS_a(p)} + \overrightarrow{xS_b(S_a(p))} + \overrightarrow{xS_c(S_b(S_a(p)))} &= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}] = xS_c(S_b([\overrightarrow{ap^{[-2]} p} \overrightarrow{a}])) = \\ &= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}] + xS_c[\overrightarrow{b[ap^{[-2]} p} \overrightarrow{a}]} \underbrace{[\overrightarrow{ap^{[-2]} p} \overrightarrow{a}]}_{2n-4} \dots b] = \\ &= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}] + xS_c[\overrightarrow{ba^{[-2]} a} \overrightarrow{pa^{[-2]} a} \overrightarrow{b}] = \\ &= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}] + x[\overrightarrow{c[ba^{[-2]} a} \overrightarrow{pa^{[-2]} a} \overrightarrow{b}]} \underbrace{[\overrightarrow{ba^{[-2]} a} \overrightarrow{pa^{[-2]} a} \overrightarrow{b}]}_{2n-4} \dots c] = \\ &= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}] + x[\overrightarrow{cb^{[-2]} b} \overrightarrow{ap^{[-2]} p} \overrightarrow{ab^{[-2]} b} \overrightarrow{c}] = \\ &= x[[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{p}]x^{[-2]} \overrightarrow{x} [\overrightarrow{cb^{[-2]} b} \overrightarrow{ap^{[-2]} p} \overrightarrow{ab^{[-2]} b} \overrightarrow{c}]] = \\ &= x[\overrightarrow{bx^{[-2]} x} \overrightarrow{[bx^{[-2]} x} \overrightarrow{px^{[-2]} x} \overrightarrow{c}]} \overrightarrow{b} \overrightarrow{ap^{[-2]} p} \overrightarrow{ab^{[-2]} b} \overrightarrow{c}] = \\ &= x[\overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{[px^{[-2]} x} \overrightarrow{bb^{[-2]} b} \overrightarrow{a}]} \overrightarrow{p} \overrightarrow{ab^{[-2]} b} \overrightarrow{b}] = \\ &= x[\overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{ax^{[-2]} x} \overrightarrow{pp^{[-2]} p} \overrightarrow{a}] = x[\overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{ax^{[-2]} x} \overrightarrow{a}] \quad (16) \end{aligned}$$

Поскольку $c = S_x(a) = [\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{x}]$, то правую часть равенства (16) перепишем в виде

$$\begin{aligned} x[\overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{cx^{[-2]} x} \overrightarrow{ax^{[-2]} x} \overrightarrow{a}] &= x[[\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{x}]x^{[-2]} \overrightarrow{x} [\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{x}]x^{[-2]} \overrightarrow{x} \overrightarrow{ax^{[-2]} x} \overrightarrow{a}] = \\ &= x[\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{[xx^{[-2]} x} \overrightarrow{x}]} \overrightarrow{a} \overrightarrow{[xx^{[-2]} x} \overrightarrow{a}]x^{[-2]} \overrightarrow{x} \overrightarrow{a}] = x[\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{ax^{[-2]} x} \overrightarrow{a}] = \\ &= x[\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{xx^{[-2]} x} \overrightarrow{a}] = x[\overrightarrow{xa^{[-2]} a} \overrightarrow{a}] = \overrightarrow{xx} = \vec{0} \end{aligned}$$

Таким образом, мы доказали справедливость равенства (13), а значит точка $x \in G$ является центроидом четырехугольника $\langle p, S_a(p), S_b(S_a(p)), S_c(S_b(S_a(p))) \rangle$.

Теорема доказана.

Литература

1. Вакарелов, Д. Тернарни групи / Д. Вакарелов // Годишник Софийского ун-та. Матфак. – 1966–1968. – Т. 61. – С. 71–105.
2. Русаков, С.А. Некоторые приложения теории n -арных групп / С.А. Русаков. – Минск : Беларуская навука, 1998. – 167 с.
3. Кулаженко, Ю.И. Полиадические операции и их приложения / Ю.И. Кулаженко. – Минск : Изд. Центр БГУ, 2014. – 311 с.
4. Русаков, С.А. Алгебраические n -арные системы: Силовская теория n -арных групп / С.А.Русаков. – Минск : Беларуская навука, 1992. – 264 с.

Методы построения оптимальных параметров целевой функции в неоднородных сетевых задачах линейной оптимизации с неточными данными

Л.А. Пилипчук

Рассматриваются математические модели экстремальных сетевых задач линейного программирования, параметры целевых функций которых являются неточными данными. Исследуемые задачи линейной оптимизации в конечномерных пространствах характеризуются некоторым числом фиксированных входных параметров (коэффициентов целевой функции, матриц ограничений, правых и левых частей ограничений), которые определяют структуру решаемой задачи. С целью определения оптимальных значений параметров целевой функции, для которых заданное допустимое решение является оптимальным, предлагается математическая модель обратной задачи оптимизации в соответствии с выбранной нормой. В результате решения обратной задачи определяются значения изменений коэффициентов целевой функции. На основе полученных изменений параметров целевой функции формируются новые коэффициенты целевой функции, для которых заданное допустимое решение является оптимальным.

Ключевые слова: линейная оптимизация, целевая функция, двойственная задача, обратная задача, сеть, поток, допустимое решение, оптимальное решение, оптимальные параметры, норма.

Mathematical models of extreme network problems of linear programming, the parameters of target functions of which are inaccurate data are considered. The investigated linear optimization problem in finite-dimensional space is characterized by a number of fixed input parameters (coefficients of the objective function, constraint matrices, the right and left parts of the restrictions) that define the structure of the solved problem. In order to determine the optimal values of the parameters of the objective function for which the feasible solution is optimal, the mathematical model of the inverse optimization problem is offered in accordance with the selected norm. As a result of solving the inverse problem the changes of coefficients for the objective function are determined. On the basis of changes in the parameters of the objective function such coefficients of the objective function are formed for which the given feasible solution is optimal solution.

Keywords: linear optimization, objective function, dual problem, inverse problem, network, flow, feasible solution, optimal solution, optimal parameters, norm.

1. Математическая модель прямой задачи. Рассмотрим математическую модель неоднородной сетевой задачи линейной оптимизации следующего вида

$$f(x) = \sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} c_{ij}^k x_{ij}^k \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{j \in I_i^+(U^k)} x_{ij}^k - \sum_{j \in I_i^-(U^k)} x_{ji}^k = a_i^k, \quad i \in I^k, k \in K, \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} \lambda_{ij}^{kp} x_{ij}^k = \alpha_p, \quad p = \overline{1, l}, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K_0(i,j)} x_{ij}^k \leq d_{ij}^0, \quad x_{ij}^k \geq 0, \quad k \in K_0(i,j), (i,j) \in U_0, \quad (4)$$

$$0 \leq x_{ij}^k \leq d_{ij}^k, \quad k \in K_1(i,j), (i,j) \in U, \quad (5)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad k \in K(i,j) \setminus K_1(i,j), (i,j) \in U \setminus U_0, \quad (6)$$

где множество мультидуг U определено на $I \times I$ ($|I| < \infty, |U| < \infty$). Мультисеть $G = (I, U)$ представлена в виде множества $|K|$ связанных сетей $G^k = (I^k, U^k)$ $k \in K = \{1, 2, \dots\}$, $|K| < \infty$. Каждая связанная сеть $G^k = (I^k, U^k)$ соответствует некоторому типу k потока в мультисети $G = (I, U)$. Определим для каждого узла $i \in I$ мультисети G множество типов потоков $K(i) = \{k \in K : i \in I^k\}$, проходящих через узел $i \in I$. Для каждой мультидуги $(i, j) \in U$ определим множество типов потоков $K(i, j) = \{k \in K : (i, j) \in \tilde{U}^k\}$, проходящих через мультидугу $(i, j) \in U$. Для каждой мультидуги (i, j)

определим подмножество $K_1(i, j) \subseteq K(i, j)$. Обозначим через U_0 множество мультидуг $(i, j) \in U_0$, $U_0 \subseteq U$, для которого выполняются неравенства: $|K_0(i, j)| > 1$, где $K_0(i, j) = K(i, j) \setminus K_1(i, j)$, $(i, j) \in U_0$. Каждая сеть $G^k = (I^k, U^k)$ имеет следующие характеристики: x_{ij}^k – дуговой поток k -го типа по мультидуге $(i, j) \in U$; d_{ij}^k – пропускная способность дуги $(i, j)^k$ для k -го типа потока, $k \in K_1(i, j)$; d_{ij}^0 – пропускная способность мультидуги (i, j) , $(i, j) \in U_0$; $I_i^+(U^k) = \{j \in I^k : (i, j)^k \in U^k\}$, $I_i^-(U^k) = \{j \in I^k : (j, i)^k \in U^k\}$; a_i^k – интенсивность узла i для k -го типа потока; λ_{ij}^{kp} – коэффициенты матрицы ограничений (3); $\alpha_p, p = \overline{1, l}$ – параметры правых частей ограничений (3).

Экстремальная задача (1)–(6) относится к классу конечномерных сетевых задач линейной оптимизации. Для известных значений параметров указанного класса задач в [1] разработана конструктивная теория построения оптимальных решений, в которой учитываются типы разреженности систем линейных алгебраических уравнений, результаты теории потоков и теории графов, а также современные технологии численного решения сетевых задач линейной оптимизации на основе применения алгоритмов декомпозиции ограничений.

Если некоторые входные параметры конечномерных задач линейной оптимизации являются неточными данными [2], то могут быть применены принципы обратной оптимизации [3]–[5] для их корректировки. Для определения изменений параметров целевой функции (1) с целью определения их оптимальных значений $\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j)$, для которых заданное допустимое решение $x^0 \in Z$ задачи (1)–(6) является оптимальным, предлагается математическая модель обратной задачи оптимизации в соответствии с выбранной нормой, где $x^0 = (x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$, Z – множество допустимых решений задачи (1)–(6). В обратной задаче необходимо скорректировать параметры целевой функции (1) (вектор стоимости $c = (c_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$) таким образом, чтобы допустимое решение x^0 задачи (1)–(6) стало оптимальным решением скорректированной задачи с новыми значениями $\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j)$ компонент вектора стоимости. Построение параметров $\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j)$ выполняется в виде:

$$\tilde{c}_{ij}^k = c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, \alpha_{ij}^k \geq 0, \beta_{ij}^k \geq 0,$$

где α_{ij}^k и β_{ij}^k – соответственно увеличение и уменьшение каждого параметра c_{ij}^k целевой функции (1). При этом α_{ij}^k и β_{ij}^k не могут быть одновременно положительными: $\alpha_{ij}^k \beta_{ij}^k = 0$.

С целью определения оптимальных параметров $\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j)$ целевой функции необходимо построить двойственную задачу к задаче (1)–(6).

2. Двойственная задача. Двойственная задача к задаче (1)–(6) имеет вид:

$$g(u, r, v, w) = \sum_{k \in K} \sum_{i \in I^k} a_i^k u_i^k + \sum_{p=1}^l \alpha_p r_p - \sum_{(i, j) \in U_0} d_{ij}^0 v_{ij} - \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K_1(i, j)} d_{ij}^k w_{ij}^k \rightarrow \max, \quad (7)$$

$$u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij} \leq c_{ij}^k, \quad v_{ij} \geq 0, \quad k \in K_0(i, j), (i, j) \in U_0, \quad (8)$$

$$u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - w_{ij}^k \leq c_{ij}^k, \quad w_{ij}^k \geq 0, \quad k \in K_1(i, j), (i, j) \in U, \quad (9)$$

$$u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p \leq c_{ij}^k, \quad k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0, \quad (10)$$

где вектор λ – допустимое решение двойственной задачи (7)–(10),

$$\lambda = (u_i^k, k \in K, i \in I^k; r_p, p = \overline{1, l}; v_{ij} \geq 0, (i, j) \in U_0; w_{ij}^k \geq 0, (i, j) \in U, k \in K_1(i, j)), \lambda \in \Lambda,$$

Λ – множество допустимых решений двойственной задачи (7)–(10). Компоненты вектора $\lambda \in \Lambda$ удовлетворяют ограничениям (8)–(10).

Предположим, что допустимое решение x^0 задачи (1)–(6) не является оптимальным решением. На основании результатов из теории двойственности легко доказать теорему 1:

Теорема 1. Если x^0 – допустимое решение прямой задачи (1)–(6), $\lambda^0 = (u^0, r^0, v^0, w^0)$ – допустимое решение задачи (7)–(10), которая является двойственной к задаче (1)–(6), где $u^0 = (u_i^{k0}, k \in K, i \in I^k)$, $r^0 = (r_p^0, p = \overline{1, l})$, $v^0 = (v_{ij}^0, (i, j) \in U_0)$, $w^0 = (w_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K_1(i, j))$ и выполняется равенство

$$f(x^0) = g(u^0, r^0, v^0, w^0),$$

то x^0 – оптимальное решение задачи (1)–(6), λ^0 – оптимальное решение двойственной задачи (7)–(10).

Теорема 2. Пусть $x^0 = (x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ – допустимое решение задачи (1)–(6). Если компоненты вектора $\lambda = (u, r, v, w)$, где

$$u = (u_i^k, k \in K, i \in I^k), \quad r = (r_p, p = \overline{1, l}), \quad v = (v_{ij}, (i, j) \in U_0), \quad w = (w_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K_1(i, j))$$

для всех $(i, j) \in U$, удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij} \leq c_{ij}^k, & v_{ij} \geq 0, \quad k \in K_0(i, j), (i, j) \in U_0; \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - w_{ij}^k \leq c_{ij}^k, & w_{ij}^k \geq 0, \quad k \in K_1(i, j), (i, j) \in U; \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p \leq c_{ij}^k, & k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0; \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} (u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij} - c_{ij}^k) x_{ij}^{k0} = 0, & k \in K_0(i, j), (i, j) \in U_0; \\ (u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - w_{ij}^k - c_{ij}^k) x_{ij}^{k0} = 0, & k \in K_1(i, j), (i, j) \in U; \end{cases} \quad (12)$$

$$(u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - c_{ij}^k) x_{ij}^{k0} = 0, \quad k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0, \quad (13)$$

$$(d_{ij}^0 - \sum_{k \in K_0(i, j)} x_{ij}^{k0}) v_{ij} = 0, \quad (i, j) \in U_0, \quad (14)$$

$$(d_{ij}^k - x_{ij}^{k0}) w_{ij}^k = 0, \quad k \in K_1(i, j), (i, j) \in U, \quad (14)$$

то $x^0 = (x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ – оптимальное решение задачи (1)–(6).

Доказательство. Поскольку компоненты вектора $\lambda \in \Lambda$,

$$\lambda = (u_i^k, k \in K, i \in I^k; r_p, p = \overline{1, l}; v_{ij}, (i, j) \in U_0; w_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K_1(i, j))$$

для всех $(i, j) \in U$ удовлетворяют условиям (11), то вектор λ – допустимое решение двойственной задачи (7)–(10). Для любого допустимого решения $x^0 \in Z$ прямой задачи (1)–(6) и любого допустимого решения $\lambda \in \Lambda$ двойственной задачи (7)–(10) справедливо неравенство:

$$\sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K(i, j)} c_{ij}^k x_{ij}^{k0} \geq \sum_{k \in K} \sum_{i \in I^k} a_i^k u_i^k + \sum_{p=1}^l \alpha_p r_p - \sum_{(i, j) \in U_0} d_{ij}^0 v_{ij} - \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K_1(i, j)} d_{ij}^k w_{ij}^k.$$

Вычислим значение целевой функции (1) на допустимом решении $x^0 = (x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ задачи (1)–(6). С учетом (12)–(14) имеем:

$$\begin{aligned} f(x^0) &= \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K(i, j)} c_{ij}^k x_{ij}^{k0} = \sum_{(i, j) \in U_0} \sum_{k \in K_0(i, j)} c_{ij}^k x_{ij}^{k0} + \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K_1(i, j)} c_{ij}^k x_{ij}^{k0} + \sum_{(i, j) \in U \setminus U_0} \sum_{k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j)} c_{ij}^k x_{ij}^{k0} = \\ &= \sum_{(i, j) \in U_0} \sum_{k \in K_0(i, j)} (u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij}) x_{ij}^{k0} + \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K_1(i, j)} (u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - w_{ij}^k) x_{ij}^{k0} + \\ &\quad + \sum_{(i, j) \in U \setminus U_0} \sum_{k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j)} (u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p) x_{ij}^{k0} = \\ &= \sum_{k \in K} \sum_{i \in I^k} u_i^k \left(\sum_{j \in I_i^k(U^k)} x_{ij}^{k0} - \sum_{j \in I_i^k(U^k)} x_{ji}^{k0} \right) + \sum_{p=1}^l r_p \left(\sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K(i, j)} \lambda_{ij}^{kp} x_{ij}^{k0} \right) - \\ &\quad - \sum_{(i, j) \in U_0} v_{ij} \sum_{k \in K_0(i, j)} x_{ij}^{k0} - \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K_1(i, j)} w_{ij}^k x_{ij}^{k0} = \\ &= \sum_{k \in K} \sum_{i \in I^k} a_i^k u_i^k + \sum_{p=1}^l \alpha_p r_p - \sum_{(i, j) \in U_0} d_{ij}^0 v_{ij} - \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K_1(i, j)} d_{ij}^k w_{ij}^k f(x^0) = g(u, r, v, w) \leq \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K(i, j)} c_{ij}^k x_{ij}^{k0}. \end{aligned}$$

Поскольку $f(x^0) = g(u, r, v, w)$, то по теореме 1, $x^0 = (x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ – оптимальное решение задачи (1)–(6). Теорема 2 доказана.

3. Математическая модель обратной задачи: построение оптимальных параметров целевой функции. Для задачи (1)–(6) построим математическую модель обратной задачи. По теореме 2, в обратной задаче оптимизации необходимо скорректировать вектор стоимости $c = (c_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ задачи (1)–(6) таким образом, чтобы допустимое решение $x^0 \in Z$ задачи (1)–(6) стало оптимальным решением скорректированной задачи с новыми значениями компонент вектора стоимости. Заменим в ограничениях (8)–(10) двойственной задачи (7)–(10) каждую компоненту c_{ij}^k вектора стоимости $c = (c_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ на соответствующую компоненту \tilde{c}_{ij}^k вектора $\tilde{c} = (\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$. В соответствии с нормой l_1 ,

$$l_1 = \|\tilde{c} - c\|_1 = \sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} |\tilde{c}_{ij}^k - c_{ij}^k| = \sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} |\alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k| = \sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} (\alpha_{ij}^k + \beta_{ij}^k), \quad (15)$$

определим такие векторы $\alpha = (\alpha_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$, $\beta = (\beta_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$, что допустимое решение $x^0 \in Z$ задачи (1)–(6) становится оптимальным решением экстремальной задачи с целевой функцией $\sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} (c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k) x_{ij}^{k0}$ и ограничениями (2)–(6).

По теореме 2 для некоторого вектора $\lambda \in \Lambda$ и вектора стоимости $\tilde{c} = (\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ выполняются соотношения:

$$\begin{cases} u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij} \leq \tilde{c}_{ij}^k, & v_{ij} \geq 0, & k \in K_0(i, j), (i, j) \in U_0; \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - w_{ij}^k \leq \tilde{c}_{ij}^k, & w_{ij}^k \geq 0, & k \in K_1(i, j), (i, j) \in U; \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p \leq \tilde{c}_{ij}^k, & & k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0; \end{cases} \quad (16)$$

Поскольку допустимое решение x^0 задачи (1)–(6) определено, то в зависимости от значений дуговых потоков $x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U_0, k \in K_0(i, j)$ определим множества:

$$\begin{aligned} B_1 &= \left\{ (i, j)^k, (i, j) \in U_0, k \in K_0(i, j) : \sum_{k \in K_0(i, j)} x_{ij}^{k0} = d_{ij}^0, x_{ij}^{k0} = 0 \right\}, \\ B_2 &= \left\{ (i, j)^k, (i, j) \in U_0, k \in K_0(i, j) : \sum_{k \in K_0(i, j)} x_{ij}^{k0} = d_{ij}^0, x_{ij}^{k0} \neq 0 \right\}, \\ B_3 &= \left\{ (i, j)^k, (i, j) \in U_0, k \in K_0(i, j) : \sum_{k \in K_0(i, j)} x_{ij}^{k0} < d_{ij}^0, x_{ij}^{k0} = 0 \right\}, \\ B_4 &= \left\{ (i, j)^k, (i, j) \in U_0, k \in K_0(i, j) : \sum_{k \in K_0(i, j)} x_{ij}^{k0} < d_{ij}^0, x_{ij}^{k0} \neq 0 \right\}. \end{aligned}$$

В зависимости от значений дуговых потоков для дуг $(i, j)^k, k \in K_0(i, j), (i, j) \in U_0$ соотношения (16) примут вид:

$$\begin{aligned} u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij} &\leq c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, v_{ij} \geq 0, (i, j)^k \in B_1, \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - v_{ij} &= c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, v_{ij} \geq 0, (i, j)^k \in B_2, \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p &\leq c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j)^k \in B_3, \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p &= c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j)^k \in B_4. \end{aligned} \quad (17)$$

В зависимости от значений дуговых потоков $x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K_1(i, j)$ определим множества R_1, R_2, R_3 :

$$\begin{aligned} R_1 &= \left\{ (i, j)^k, k \in K_1(i, j), (i, j) \in U : x_{ij}^{k0} = 0 \right\}, & R_2 &= \left\{ (i, j)^k, k \in K_1(i, j), (i, j) \in U : x_{ij}^{k0} = d_{ij}^k \right\}, \\ R_3 &= \left\{ (i, j)^k, k \in K_1(i, j), (i, j) \in U : 0 < x_{ij}^{k0} < d_{ij}^k \right\}. \end{aligned}$$

В результате разбиения значений дуговых потоков $x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K_1(i, j)$ на множества R_1, R_2, R_3 для дуг $(i, j)^k, k \in K_1(i, j), (i, j) \in U$ соотношения (16) примут вид:

$$\begin{aligned} u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p &\leq c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j)^k \in R_1, \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p - w_{ij}^k &= c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, w_{ij}^k \geq 0, (i, j)^k \in R_2, \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p &= c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j)^k \in R_3, \end{aligned} \tag{18}$$

В зависимости от значений заданного допустимого решения x^0 задачи (1)–(6) для дуг $(i, j)^k, k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0$ построим множества:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{(i, j)^k, k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0 : x_{ij}^{k0} = 0\}, \\ L_2 &= \{(i, j)^k, k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0 : x_{ij}^{k0} > 0\}. \end{aligned}$$

В зависимости от разбиения дуг $(i, j)^k, k \in K(i, j) \setminus K_1(i, j), (i, j) \in U \setminus U_0$ на множества L_1, L_2 соотношения (16) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p &\leq c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j)^k \in L_1, \\ u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^{kp} r_p &= c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j)^k \in L_2. \end{aligned} \tag{19}$$

Для компонент векторов $\alpha = (\alpha_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ и $\beta = (\beta_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ выполнены соотношения:

$$\alpha_{ij}^k \geq 0, \beta_{ij}^k \geq 0, (i, j) \in U, k \in K(i, j). \tag{20}$$

Обратная задача состоит в минимизации целевой функции

$$h(\alpha, \beta) = \sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K(i, j)} (\alpha_{ij}^k + \beta_{ij}^k) \rightarrow \min \tag{21}$$

при ограничениях (17)–(20). В результате решения экстремальной задачи (17)–(21) определены численные значения компонент векторов $\alpha = (\alpha_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ и $\beta = (\beta_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$, необходимые для вычисления оптимальных параметров $\tilde{c}_{ij}^k = c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j)$. Для вектора стоимости $\tilde{c} = (\tilde{c}_{ij}^k, (i, j) \in U, k \in K(i, j))$ допустимое решение $x^0 = (x_{ij}^{k0}, (i, j) \in U, k \in K(i, j)), x^0 \in Z$ задачи (1)–(6) является оптимальным решением экстремальной задачи с целевой функцией

$$\sum_{(i, j) \in U} \sum_{k \in K(i, j)} (c_{ij}^k + \alpha_{ij}^k - \beta_{ij}^k) x_{ij}^{k0} \rightarrow \min$$

и ограничениями (2)–(6).

Литература

1. Пилипчук, Л.А. Линейные неоднородные задачи потокового программирования / Л.А. Пилипчук. – Минск : БГУ, 2009. – 222 с.
2. Фидлер, М. Задачи линейной оптимизации с неточными данными / М. Фидлер, Й. Недома, Я. Рамик, И. Рон, К. Циммерман. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. – 288 с.
3. Burton, D. On an instance of the inverse shortest paths problem / D. Burton, Ph.L. Toint // Mathematical Programming. – 1992. – Vol. 53, Issue 1. – P. 45–61.
4. Ahuja, R.K. Inverse Optimization / R.K. Ahuja, J.B. Orlin // Operation Research. – 2001. – Vol. 49, Issue 5. – P. 771–783.
5. Jain, S. An Inverse Capacitated Transportation Problem / S. Jain, N. Arya // IOSR Journal of Mathematics. – 2013. – Vol. 5, Issue 4. – P. 24–27.

РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

Применение частотно-модулированных сигналов
для георазведки углеводородных залежей

В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ¹, К.И. КРЕМЕНЯ¹, Е.Ю. ЗАЯЦ²

Проведено исследование взаимодействия анизотропной среды плазмоподобного типа с частотно-модулированными сигналами. Установлены закономерности изменения компонентов поверхностного импеданса анизотропной среды при вариации параметров частотно-модулированных сигналов.

Ключевые слова: частотно-модулированное воздействие, анизотропная среда, углеводородная залежь, поверхностный импеданс.

A study of the interaction of an anisotropic medium with plasma-type frequency-modulated signals was conducted. The regularities of changes in the surface impedance components of an anisotropic medium by varying the parameters of frequency-modulated signals are determined.

Keywords: frequency modulated stimulation, anisotropic medium, hydrocarbon deposits, surface impedance.

Введение. Для поиска и идентификации углеводородных залежей (УВЗ) требуется решение вопросов аналитического описания параметров среды над углеводородами (УВ). Информативность методов позволяет повысить использование различных режимов взаимодействия. Актуально применение частотно-модулированных (ЧМ) сигналов в связи с вариацией модулирующих характеристик в широких пределах. Исследование дисперсии тензоров диэлектрической проницаемости среды над УВЗ в режиме ЧМ-сигналов, решение задач взаимодействия электромагнитных волн (ЭМВ) и УВЗ, находящейся на фоне гетерогенной и полифазной среды, разработка и экспериментальное исследование электромагнитных методов (ЭММ) и устройств для повышения уровня достоверности разведки, поиска и оконтуривания месторождений нефти и газа рассмотрены в работах [1]–[3]. Вместе с тем представляет интерес в определении закономерностей изменения компонентов поверхностного импеданса анизотропной среды плазмоподобного типа (АСПТ), которая образуется над УВЗ, при вариации модулирующей частоты и индекса модуляции.

Распространение ЧМ-сигналов в АСПТ. Применение ЧМ-сигналов для поиска и оконтуривания УВЗ позволяет повысить точность и достоверность методов георазведки. Осуществлен анализ компонентов поверхностного импеданса среды над УВЗ для радиосигнала с тональной ЧМ вида

$$e(t) = E_2 \cos(\omega_2 t + \beta \sin \omega_1 t) \quad (1)$$

где E_2 и ω_2 – соответственно амплитуда и частота несущего колебания; ω_1 – модулирующая частота; $\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_1}$ – индекс модуляции; $\Delta\omega$ – девиация частоты.

Анализ проведен в рамках квазигидродинамического приближения движения частиц в среде над УВЗ с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r и удельной проводимостью δ_r (относительную магнитную проницаемость принимаем равной 1).

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости АСПТ определяются [3]:

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_r(1 + \beta \cdot k_\omega \cos \omega_1 t) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{\omega_{\Pi i}^2 \tilde{\omega}_3}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2 - v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2} - j \left[\frac{\sigma_r}{\omega_2 \varepsilon_0} + \right. \\
 &\left. + \frac{\omega_{\Pi i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{\tilde{\omega}_3^2 + v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2} \right]
 \end{aligned} \right\} \\
 \dot{\varepsilon}_2 &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \omega_{\Gamma i}}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2 + v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2} - \frac{2j \tilde{\omega}_3 v_i \omega_{\Pi i}^2 \omega_{\Gamma i}}{[(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2] \omega_2} \right\} \\
 \dot{\varepsilon}_3 &= \varepsilon_r(1 + \beta \cdot k_\omega \cos \omega_1 t) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \tilde{\omega}_3}{\omega_2} \frac{1}{v_i^2 + \tilde{\omega}_3^2} - j \left[\frac{\sigma_r}{\omega_2 \varepsilon_0} + \frac{\omega_{\Pi i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{1}{\tilde{\omega}_3^2 + v_i^2} \right] \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В выражениях (2) фигурируют коэффициент отношения частот k_ω , частоты: плазменная $\omega_{\Pi i}$, гиротропная $\omega_{\Gamma i}$, столкновений V и частота, характеризующая режим ЧМ-сигналов

$$\tilde{\omega}_3 = \omega_2 [1 + \beta \times k_\omega \cos \omega_1 t].$$

Процесс взаимодействия ЭМВ с локальным включением на трассе РРВ можно представить в виде режима наклонного падения плоской волны с вертикальной поляризацией в среде с параметрами $\varepsilon_0, \mu_0, \delta_0$ на безграничную поверхность с анизотропным импедансом (рисунок 1).

Волновой вектор \vec{k} и орт внешней нормали \vec{n} направлены под углом θ . Определение соотношений между составляющими напряженностей электрического и магнитного полей связано с расчетом компонентов поверхностного импеданса.

Результаты теоретических исследований и существующие модели УВЗ [4] показывают, что свойства среды над залежью нефти и газа отличаются от данных, полученных при исследовании образцов пород, отобранных непосредственно над УВЗ. При этом аномалии ЭМП на реальном месторождении могут достигать нескольких десятков процентов. Данные расхождения объясняются непосредственным влиянием углеводородов на электрические свойства вмещающих пород над УВЗ. Поэтому исследование отобранных образцов вмещающих пород над УВЗ в отрыве от естественных условий залегания не соответствует реальной физической картине, возникающей над реальным месторождением или скоплением нефти и газа.

Представим реальную залежь углеводородов (рисунок 1) в виде среды 4, погружённой в среду с потерями (среда 2), имеющей границу раздела ОХ с воздушным пространством (среда 1) [4]. Залежь находится на глубине ΔZ от границы раздела сред 1–2 и имеет мощность Z_1 и протяжённость X_1 .

Окружающее углеводороды пространство (среда 2) находится в физическом и химическом равновесии со средой 1 и содержит твердый кристаллический скелет, пронизанный электролитом и проводящими включениями за счет минералов с электронной проводимостью. Под действием высоких температур и пластового давления над залежью углеводородов происходят электрохимические процессы, приводящие к образованию на границе с воздушным пространством промежуточной области (среда 3), характеризующейся избытком свободных электронов.

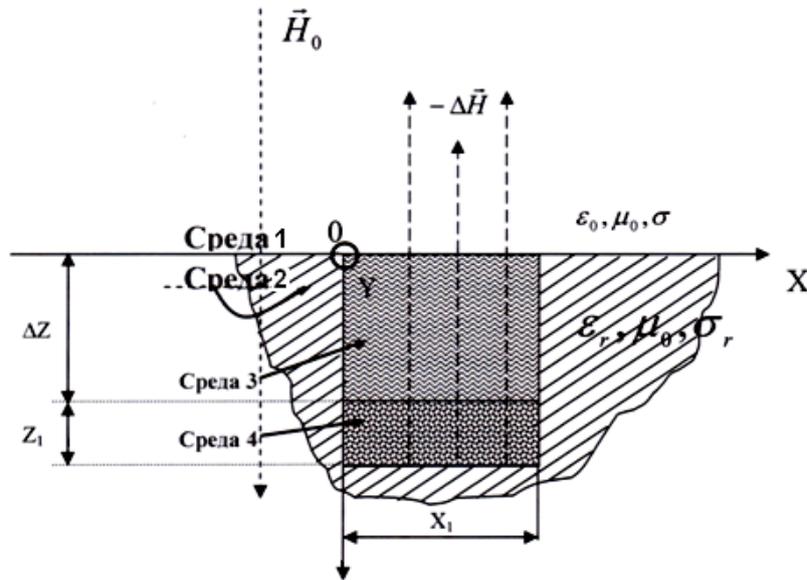


Рисунок 1 – Модель разреза геологического профиля над УВЗ

Исследования образцов пород над УВЗ свидетельствуют о хлоридно-натриевой среде в рассолах повышенной концентрации щелочных и щёлочноземельных металлов, а также изотопных элементов. Такие условия способствуют образованию в зоне над УВЗ сложных ионных соединений полупроводникового характера, обладающих повышенной термоэлектронной эмиссией (до 10.0 при температуре 20°C [5]).

Отличие физических свойств пород в области залежи от свойств пород-коллекторов, в которых она находится, выражается в уменьшении плотности залежи по сравнению с контурной областью, повышении суммарного электрического сопротивления, понижении скорости сейсмических продольных волн, увеличении их поглощения (ослабления) и т. д.

Количественные проявления этих эффектов определяются физико-геологическими свойствами пород-коллекторов: гранулометрическим и минералогическим составом пород, структурно-текстурными особенностями скелета, характером пористости и проницаемости, видом цементирующего вещества и механическими свойствами скелета, количеством пластовой воды в порах и ее минерализацией и т. д. Большое влияние на физические свойства пород оказывают термодинамические условия залегания (всестороннее давление и температура).

Перестройка физических и химических процессов в промежуточной области из-за обменных реакций и преобразований сопровождается перемещением свободных носителей заряда в направлении к границе раздела сред 1 и 3 над месторождением нефти и газа, появлением компенсирующих ионных токов. Поляризация УВЗ, вызванная окислительно-восстановительными процессами, способствует вертикальной миграции заряженных частиц, связанной с дрейфом флюидов и увеличением количества свободных электронов за счет тепловых колебаний кристаллических решеток [4].

Анализ физико-химической обстановки над УВЗ [4] показывает, что над залежью существует поток электронов, приводящий к появлению геомагнитной аномалии ΔH из-за проявления диамагнитных свойств перемещающихся частиц в среде. Данное явление можно объяснить действием слабой лоренцевой силы, при которой появляется коррекция траектории движения электрона в постоянном магнитном поле.

Импедансные граничные условия определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
 E_x &= -Z_0(Z_{11}H_x - Z_{12}H_y), \\
 E_y &= -Z_0(Z_{21}H_x - Z_{22}H_y), \\
 Z_{11} &= Z_{22} = -\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_R\varepsilon_L}}(\sqrt{\varepsilon_R} - \sqrt{\varepsilon_L}), \\
 Z_{12} &= Z_{21} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_R\varepsilon_L}}(\sqrt{\varepsilon_R} + \sqrt{\varepsilon_L}),
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $E_{x,y}, H_{x,y}$ – проекции падающей и отраженной волны на соответствующие координатные оси; Z_0 – характеристическое сопротивление среды, окружающей анизотропную неоднородность. Представим выражения (2) в виде:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{22} = |Z_{11}| e^{j\varphi_{z_{11}}} = |Z_{22}| e^{j\varphi_{z_{22}}}, \\ Z_{21} &= Z_{21} = |Z_{12}| e^{j\varphi_{z_{12}}} = |Z_{21}| e^{j\varphi_{z_{21}}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где Z_{11} и Z_{12} – составляющие компонентов матрицы, подлежащие исследованию.

Результаты исследований. Был проведен анализ компонентов поверхностного импеданса от индекса частотной модуляции и модулирующей частоты.

Изменение частоты модуляции сигнала приводит к вариации компоненты поверхностного импеданса Z_{11} . При этом осуществляется влияние индекса частотной модуляции на величину сопротивления. При частотах больше 80×10^6 Гц наблюдается два экстремума величины Z_{11} . Использование частоты модуляции 80×10^6 Гц приводит к возникновению только одного пика, равного $0,17 \times 377$ Ом при $B = 4.7$.

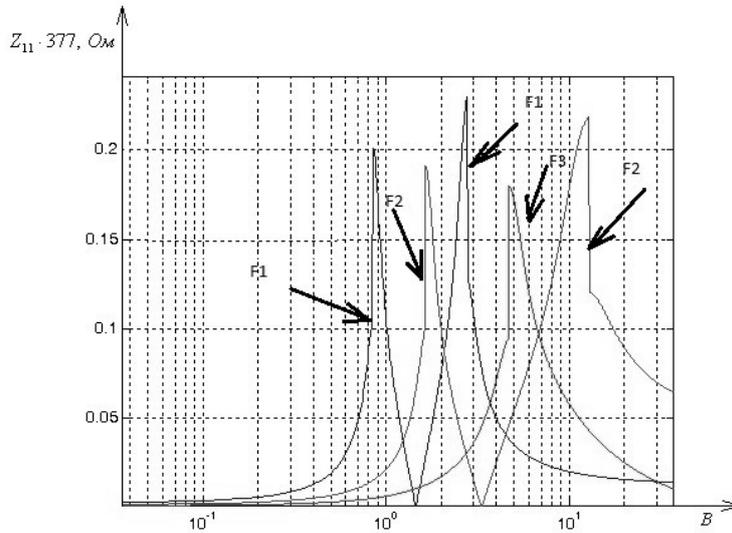


Рисунок 2 – Зависимости $Z_{11} = \psi(B)$:

1 – для $F_1 = 100 \times 10^6$ Гц; 2 – для $F_2 = 90 \times 10^6$ Гц; 3 – для $F_3 = 80 \times 10^6$ Гц.

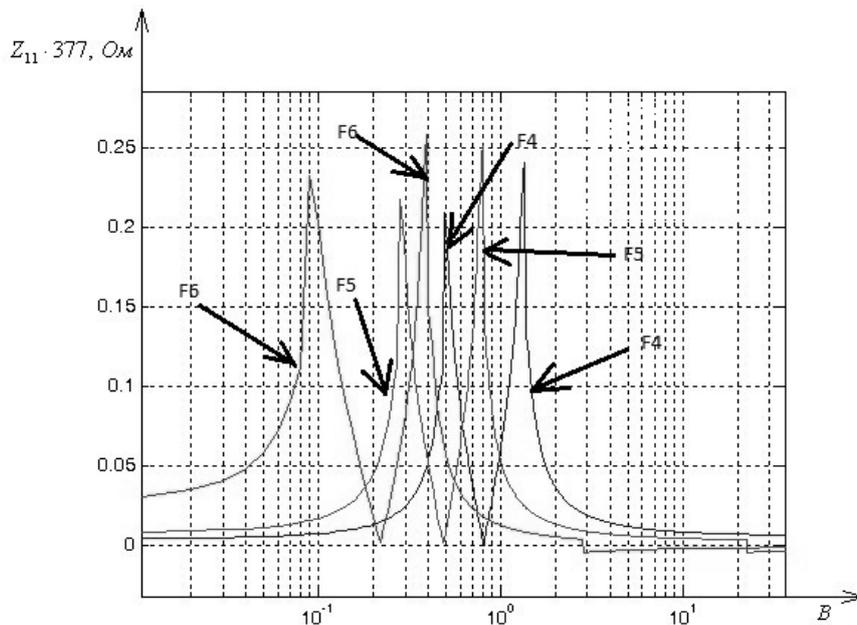
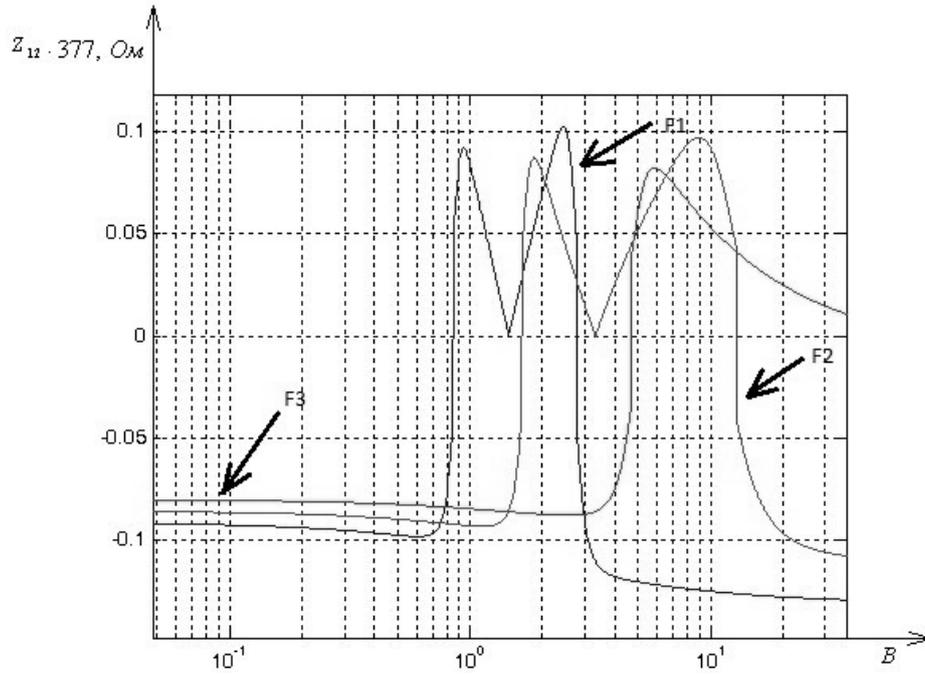


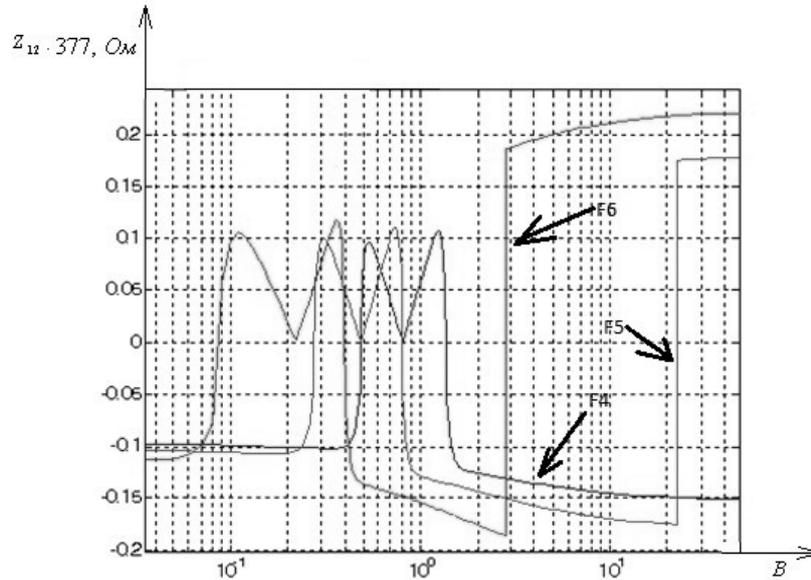
Рисунок 3 – Зависимости $Z_{11} = \psi(B)$:

1 – для $F_1 = 110 \times 10^6$ Гц; 2 – для $F_2 = 120 \times 10^6$ Гц; 3 – для $F_3 = 135 \times 10^6$ Гц.

Рисунок 4 – Зависимости $Z_{12} = \psi(B)$:

1 – для $F1 = 100 \times 10^6$ Гц; 2 – для $F2 = 90 \times 10^6$ Гц; 3 – для $F3 = 80 \times 10^6$ Гц.

Изменение частоты модуляции сигнала приводит к вариации компоненты поверхностного импеданса Z_{12} . При этом осуществляется влияние индекса частотной модуляции на величину сопротивления. При частотах 100×10^6 Гц и 90×10^6 Гц наблюдается 2 экстремума величины Z_{12} .

Рисунок 5 – Зависимости $Z_{12} = \psi(B)$:

1 – для $F4 = 110 \times 10^6$ Гц; 2 – для $F5 = 120 \times 10^6$ Гц; 3 – для $F6 = 135 \times 10^6$ Гц.

Использование частоты модуляции 80×10^6 Гц приводит к возникновению только одного пика: $0,066 \times 377$ Ом при $B = 5.5$. Увеличение частоты модуляции F больше 100×10^6 Гц соответствует двум экстремумам величины поверхностного импеданса. При больших значениях модулирующей частоты точка скачкообразного увеличения Z_{12} от отрицательных значений до положительных смещается в левую сторону по оси B .

Заключение. Проведен анализ взаимодействия анизотропного слоя плазмopodobного типа с ЭМВ в режиме ЧМ воздействия. Вариация характеристик зондирующих сигналов позволяет повысить информативность методов оконтуривания и выделения УВЗ. Оптимизация

частотных, амплитудных параметров зондирующих сигналов возможна с учетом специфических характеристик УВЗ, позволяющих в совокупности повысить уровень идентификации углеводородов до требуемого уровня, определяющего порог принятия решения о наличии именно искомой среды, определяемой как УВЗ. Результаты исследования могут быть исследованы в поисковой геофизике.

Литература

1. Гололобов, Д.В. Взаимодействие ЧМ-сигналов с анизотропной средой / Д.В. Гололобов, Н.В. Цывис, В.Ф. Янушкевич, С.В. Калинин, Д.Л. Хадыко // Проблемы проектирования и производства радиоэлектронных средств: сб. материалов II междунаучной научно-техн. Конференции, 15–17 мая 2002 г. – Новополоцк, 2002. – Т. 1. – С. 263–267.
2. Калинин, С.В. Исследование взаимодействия сложных ЧМ-сигналов с анизотропной средой / С.В. Калинин, Н.В. Цывис, В.Ф. Янушкевич // III-ья НТК «Экологические проблемы Полесья». – Гомель: Гомельский гос. ун-т, 2003. – 2 с.
3. Гололобов, Д.В. Поверхностный импеданс среды над углеводородными залежами в режиме частотно-модулированных сигналов / Д.В. Гололобов, С.В. Калинин, В.Ф. Янушкевич // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. Навук. – 2010. – № 4. – С. 98–101.
4. Moskvichew, V.N. Interaction of electromagnetic waves (EMW) with anisotropic inclusion in communication line / V.N. Moskvichew // 9-th Microw. Conf. NICON-91, Rydzyna, May 20–22, 1991. – Vol. 1. – P. 240–244.
5. Huang, R.H. Low temperature (-80°C) thermionic electron emission from alkalis and electrides / R.H. Huang, I.Z. Dyl // Chem Phys Lett. – 1990. – Vol. 166, № 2. – P. 133–136.

¹Полоцкий государственный университет

²Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники

Поступила в редакцию 25.10.2015

УДК 535.31 + 621.658.011

Измерение распределения разности фаз при линейном двулучепреломлении в твердых телах с внутренними напряжениями

А.В. ХОМЧЕНКО, И.У. ПРИМАК, А.Н. ВАСИЛЕНКО

Исследованы возможности и ограничения применения оптической поляриметрии для анализа распределения двулучепреломления в закаленном стекле. Выполнены исследования оптической анизотропии в стекле различной толщины поляризационно-оптическими методами. Продемонстрирована возможность контроля распределения величины механических напряжений в плоскости широкоформатного закаленного стекла по результатам обработки его изображений в поляризованном свете.
Ключевые слова: закаленные стекла, поляриметрия, контроль распределения двулучепреломления.

The possibilities and limitations of the use of optical polarimetry for analysis of birefringence distribution in the tempered glass are studied. Studies of optical anisotropy in the glass of various thicknesses are made by polarization-optical methods. The ability to control magnitude of the mechanical stresses distribution in the plane widescreen tempered glass according to the results of its image processing in polarized light is shown.
Keywords: tempered glass, polarimetry, measurement technique, birefringence distribution.

Введение. Закаленное стекло, характеристики которого определяются характером и режимами его закалки, широко применяется в автомобилестроении, авиации, судостроении и строительстве. Остаточные напряжения, возникающие при этом, обуславливают прочность закаленного стекла и обеспечивают его безопасную эксплуатацию [1]. Стекло при наличии в нем механических напряжений становится анизотропным, и измерения интенсивности поляризованного света, прошедшего через исследуемый образец, несут информацию о распределении разности фаз, обусловленной различием скорости распространения ортогонально поляризованных волн при их распространении в двулучепреломляющей среде [2]. Поляризационно-оптические методы исследования позволяют измерить ее величину [3]–[6] и, учитывая связь двулучепреломления с главными значениями напряжений, определить величину механических напряжений [7].

При этом следует отметить, что измеряя распределение интенсивности света можно анализировать и оценивать двулучепреломление в отдельной точке или небольшой области стекла, но достаточно сложно это выполнить для протяженных анизотропных объектов. В то же время для оптимизации процессов технологии закалки стекла и разработки технологического оборудования необходимо выполнение анализа возникающего распределения механических напряжений в плоскости стекла. Использование современной цифровой техники в качестве фоторегистрирующего устройства позволяет визуализировать распределение напряжений вдоль поверхности стекла [8].

Настоящая статья является развитием работы [9], посвященной исследованию распределения двулучепреломления в анизотропных прозрачных объектах большой площади.

Визуализация распределения величины двулучепреломления в плоскости закаленных стекол. Для контроля параметров закаленных стекол традиционно применяются поляризационно-оптические методы исследования, основанные на измерении обусловленной механическими напряжениями анизотропии оптических характеристик материала и позволяющие получить представление о напряжениях в стекле [6]. Принципиальная оптическая схема установки, используемой для измерения распределения разности фаз при линейном двулучепреломлении в закаленном стекле, представлена на рисунке 1.

В устройстве параллельный световой пучок от протяженного источника света 1, прошедший через поляризатор 4, падает на исследуемый протяженный образец 5, проходит через анализатор 6, светофильтр 7, фокусируется системой линз 8 на фотоэлектрическую матрицу 9, подключенную к компьютеру 10.

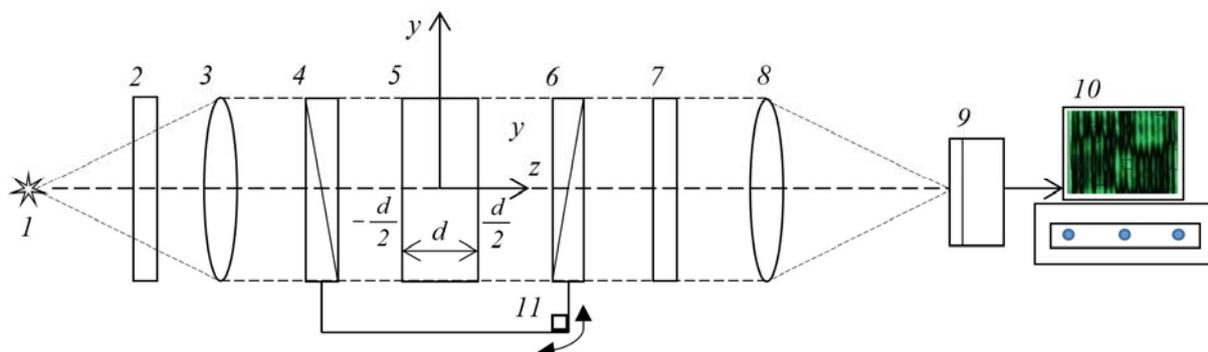


Рисунок 1 – Схема измерительной установки:

1 – источник света; 2 – светофильтр; 3 – объектив;
4 – поляризатор; 5 – контролируемое автомобильное стекло; 6 – анализатор; 7 – светофильтр;
8 – объектив; 9 – фоторегирующее устройство; 10 – компьютер; 11 – система поворота

В результате регистрируется распределение $I(x, y)$ при определенной взаимной ориентации протяженного образца, поляризатора и анализатора. Изменение взаимной ориентации поляризатора и анализатора относительно исследуемого образца осуществляется с помощью системы поворота 11.

Линейно поляризованный свет, пройдя через исследуемое стекло, в котором присутствуют механические напряжения, меняет состояние поляризации, проходит через анализатор и попадает в фоторегирующее устройство. При этом регистрируемая интенсивность света $I(x, y)$ является функцией двух координат (рисунок 2) и определяется как [2, с. 89]

$$I(x, y) = I_p T (\cos^2 \chi - \sin 2\alpha \cdot \sin(2(\alpha - \chi)) \sin^2 \frac{\delta}{2}), \quad (1)$$

где $I_p = I_p(x, y)$ – интенсивность света на выходе из поляризатора, $T = T(x, y)$ – коэффициент учитывающий отражение света от поверхностей стекла, $\alpha = \alpha(x, y)$ – угол между оптической осью и плоскостью пропускания поляризатора, χ – угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора, $\delta = \delta(x, y)$ – разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами.

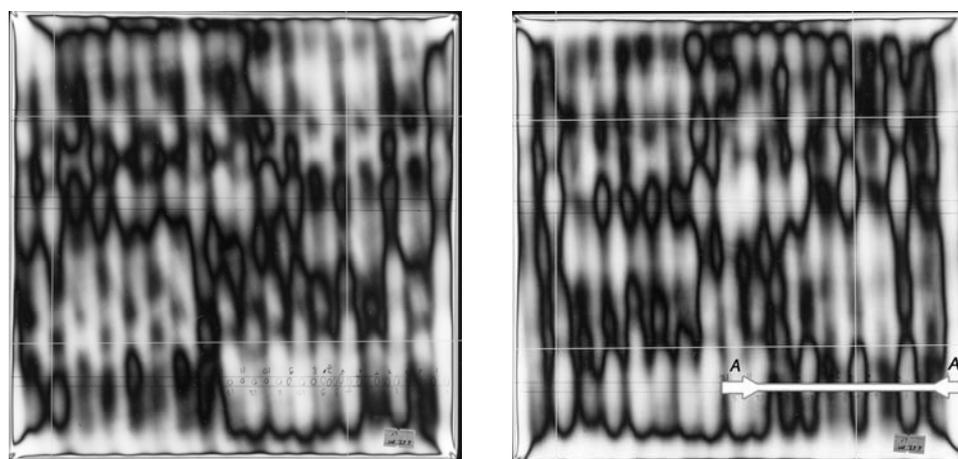


Рисунок 2 – Регистрируемое распределение интенсивности света, прошедшего через исследуемый анизотропный объект для двух отличающихся на 45° ориентаций системы «поляризатор–анализатор» относительно образца размером 300×300 мм.

Обработывая регистрируемые распределения интенсивности $I(x,y)$, можно восстановить разность фаз δ в отдельной точке стекла или небольшой его области и, учитывая ее взаимосвязь с механическими напряжениями, определить их величину [6]. Однако это невозможно сделать для протяженных объектов, которыми являются закаленные стекла. Кроме того, применение поляризационных методов ограничивается тем, что наблюдаемое распределение интенсивности включает в себя систему темных линий, так называемых изоклин, положение которых определяется распределением $\alpha = \alpha(x,y)$ в образце. Анализ результатов исследования распределения интенсивности света, прошедшего через исследуемый анизотропный образец (см. рисунок 2), свидетельствует о том, что изоклины существенно искажают регистрируемое распределение и не позволяют адекватно восстановить распределение разности фаз (при $\alpha = 0$ или $\alpha = \pi/2$ интенсивность прошедшего света $I = 0$, даже если $\delta(x,y)$ отлична от нуля).

Данную проблему можно решить для рассматриваемой точки исследуемого стекла, установив $\alpha = 45^\circ$. В этом случае, как следует из (1),

$$I = I_p |T|^2 \sin^2(\delta/2), \quad (2)$$

но в протяженном объекте, где направление главных напряжений в каждой точке различно, это невозможно выполнить для всего поля напряжений. Известные способы позволяют избавиться от изоклин только в небольших областях восстанавливаемой картины [7] путем использования четвертьволновых пластинок, которые размещают таким образом, что их оси наклонены под углом 45° к плоскости поляризатора и анализатора. Однако использование специальных компенсаторов существенно усложняет контроль напряжений в протяженных объектах [6]–[8].

Для установления оптимальных условий визуализации распределения двулучепреломления в протяженном объекте выполнены измерения $I(x,y)$ при различной ориентации поляризатора и анализатора относительно исследуемого образца. При этом использован алгоритм фильтрации изоклин, который основан на регистрации при определенных условиях двух распределений $I_1(x,y)$ и $I_2(x,y)$ интенсивности света, прошедшего через исследуемый образец, поляризатор и анализатор, скрещенные под углом 90° , и вычислении распределения $I(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y)$, получаемого компьютерным наложением двух зарегистрированных интерферограмм [9]. На рисунке 3 представлено распределение интенсивности при повороте системы «поляризатор – анализатор» на 45° , 90° , 135° и 180° относительно образца стекла толщиной 6 мм на участке 50×50 мм.

На рисунке 4 приведено распределение, полученное в результате указанной выше обработки для 0° и 45° (рисунок 3, а), 45° и 90° (рисунок 3, б), 90° и 135° (рисунок 3, в), 135° и 180° (рисунок 3, г).

Как следует из анализа распределений $I(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y)$, представленных на рисунке 4, суммарная картина воспроизводится через каждые 45° . Это означает, что главные оси напряжений лежат в плоскости стекла, и, следовательно, закаленное стекло можно рассматривать как одноосную неоднородную анизотропную среду.

Оценка параметров распределения двулучепреломления в стекле с внутренними напряжениями. При анализе распределения двулучепреломления в плоскости протяженного объекта распределение интенсивности прошедшего света измеряют с использованием схемы, приведенной на рисунке 1, для произвольно выбранной ориентации системы «поляризатор – анализатор» относительно образца I_1 , при этом как следует из выражения (1), распределение $I_1(x,y)$ будет иметь вид:

$$I_1(x,y) = I_p T \sin^2[2\alpha(x,y)] \sin^2 \frac{\delta(x,y)}{2} \quad (3)$$

и после поворота образца на угол 45°

$$I_2(x,y) = I_p T \cos^2[2\alpha(x,y)] \sin^2 \frac{\delta(x,y)}{2}, \quad (4)$$

при этом переход из начального положения, которое выбирают произвольно, во второе осуществляют путем синхронного поворота системы «поляризатор – анализатор» на 45° , а поляризатор и анализатор в обоих случаях оставляют ориентированными под углом 90° относительно друг друга.

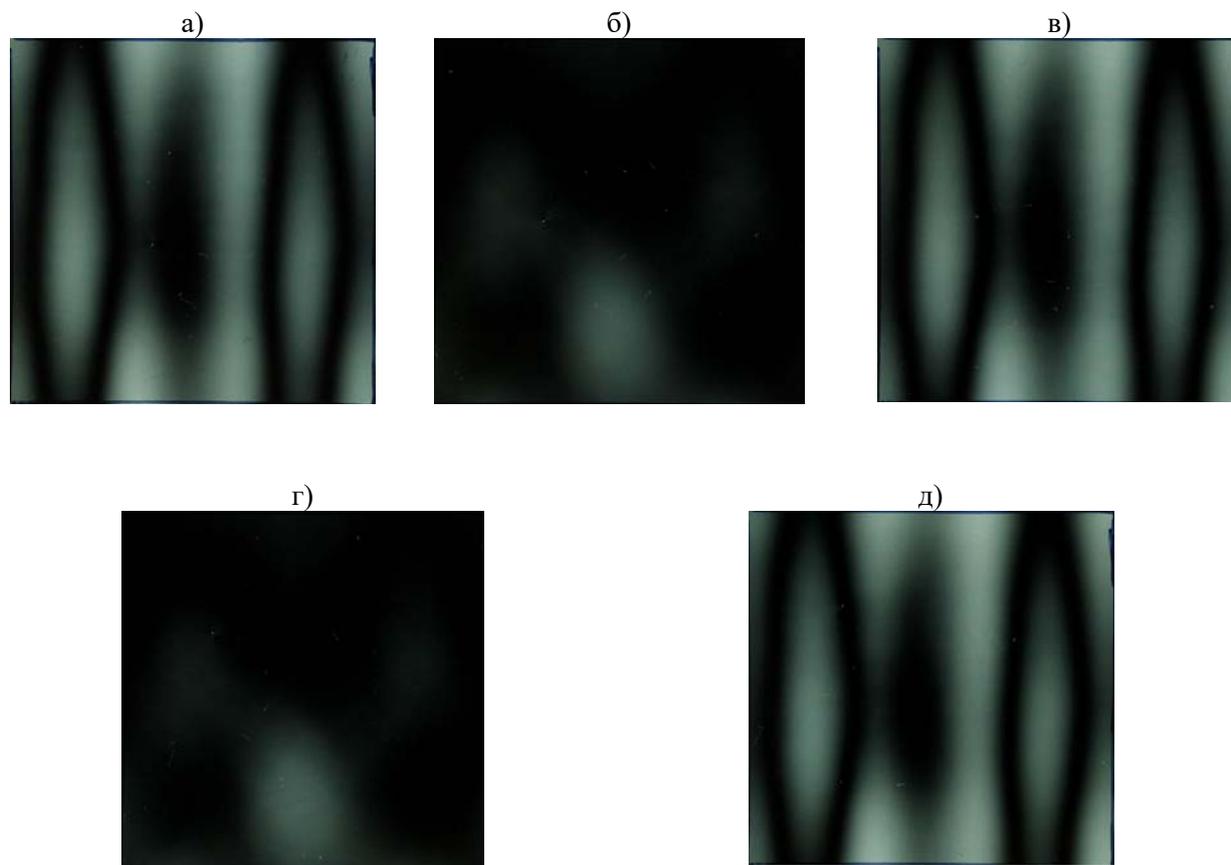


Рисунок 3 – Распределение интенсивности света, прошедшего через анизотропный образец при повороте относительно его системы «поляризатор-анализатор» на 45° (б), 90° (в), 135° (г), 180° (д), (а) исходное взаимное расположение исследуемого образца и системы «поляризатор-анализатор»

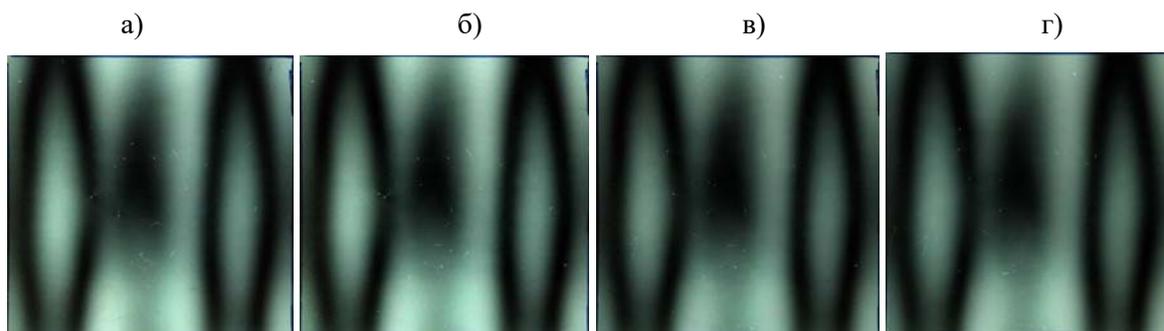


Рисунок 4 – Распределение интенсивности без изоклин, полученное наложением распределений для 0° и 45° (а), 45° и 90° (б), 90° и 135° (в), 135° и 180° (г), приведенных на рисунке 3

После этого вычисляется распределение $I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y)$, получаемое компьютерным наложением двух зарегистрированных интерферограмм, которое, как следует из выражений (3) и (4), не зависит от значения α в любой точке образца

$$I(x, y) = I_1 + I_2 = I_p T \sin^2 \frac{\delta(x, y)}{2}. \quad (5)$$

Следует отметить, что методы определения разности фаз при линейном двулучепреломлении условно можно классифицировать на так называемые нулевые методы гашения и

методы модуляционной поляриметрии [7]. Предложенный выше подход представляет собой новый метод измерения, получивший название поляризационной интерферометрии, позволяет путем наложения двух поляризационных интерферограмм определить из выражения (5) значение разности фаз $\delta(x,y)$ для каждой точки образца, а следовательно, и величину двулучепреломления $\Delta(x,y)$ при произвольной первоначальной ориентации образца относительно системы «поляризатор–анализатор», используя экспериментально измеренные параметры I_1, I_2, I_p, T :

$$\Delta(x,y) = \frac{\arcsin[(I/I_p T)^{1/2}]}{\pi d} \lambda = \frac{\arcsin[((I_1 + I_2)/I_p T)^{1/2}]}{\pi d} \lambda, \quad (6)$$

где λ – длина волны излучения, d – толщина исследуемого образца.

Для оценки двулучепреломления традиционно используется полярископ ПКС-250 [10]. На рисунке 5 точками приведены результаты измерения распределения величины двулучепреломления в отдельных точках образца в соответствии с [10], а также распределение двулучепреломления вдоль линии А-А, указанной на рисунке 2, полученное методом поляризационной интерферометрии с использованием (6). Как следует из анализа представленных данных, наблюдается удовлетворительная корреляция результатов, полученных данным и известным способами измерения двулучепреломления.

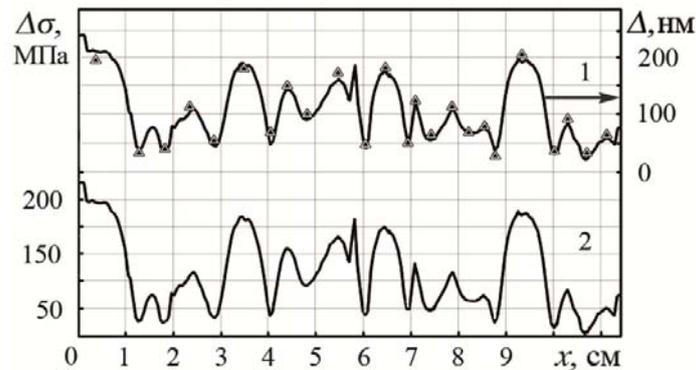


Рисунок 5 – Распределение двулучепреломления (кривая 1) и механических напряжений (кривая 2) вдоль линии А-А, указанной на рисунке 2; точками отмечены значения двулучепреломления в отдельных областях, измеренные в соответствии с [10]

Учитывая взаимосвязь фазы волны с напряжениями [6], можно воспроизвести поле механических напряжений. На рисунке 5 (кривая 2) приведено вычисленное распределение величины механических напряжений вдоль той же линии А-А, указанной на рисунке 2.

Таким образом, поляризационно-оптический метод позволяет измерить распределение механических напряжений в плоскости протяженного объекта, дать качественную и количественную оценку параметров исследуемого образца. Методами поляризационной интерферометрии исследованы образцы закаленного стекла разной толщины, изготовленные при различных режимах закалки. В образцах размером 300×300 мм и толщиной 4, 6 и 8 мм, изготовленных при различных режимах, были выполнены измерения величины механических напряжений с использованием поляризованного излучения с длиной волны 532 нм. Результаты измерений представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Величина механических напряжений в образцах толщиной 6 мм, изготовленных при различных режимах закалки

Режим закалки: давление воздуха в % от $P_{\text{макс}}$	Максимальные напряжения		Степень неоднородности $\sigma_{\kappa}/\sigma_{\text{ц}}$
	в центре образца $\sigma_{\text{ц}} \cdot 10^8$ Па	вблизи края образца $\sigma_{\kappa} \cdot 10^8$ Па	
52	2,2	2,1	1,1
62	2,6	2,2	1,2
75	2,8	1,9	1,6

Погрешность измерения двулучепреломления не превышает 2%, что соответствует требованиям [10].

Таблица 2 – Механические напряжения в образцах различной толщины, изготовленных при $P = 0,75 P_{\text{макс}}$

Толщина образца, мм	Режим закалки: давление воздуха в % от $P_{\text{макс}}$	Максимальные напряжения 10^6 , Па
4	75	280–300
	90	290–310
	100	290–320
6	52	190–210
	62	230–240
	75	250–260
8	40	160–180
	75	180–200

Из анализа представленных данных следует, что режимы изготовления образца непосредственно влияют на величину остаточных напряжений и их распределение. Так с возрастанием толщины стекла области анизотропии, возникшие в процессе закалки (охлаждения воздушным потоком с давлением P), становятся шире, а значение напряжений убывает с увеличением толщины стекла. Кроме того, анализ результатов позволяет выбрать оптимальные режимы изготовления закаленных стекол.

Заключение. Предложенный подход представляет собой новый метод измерения и позволяет путем наложения двух поляризационных интерферограмм определить значение разности фаз, обусловленной различием скорости ортогонально поляризованных волн при их распространении в неоднородной двулучепреломляющей среде, для каждой точки образца, а следовательно, и величину двулучепреломления при произвольной первоначальной ориентации образца относительно системы «поляризатор–анализатор», используя измеренные параметры зондирующего светового пучка. Получена удовлетворительная корреляция результатов измерений величины двулучепреломления представленным методом и классической поляриметрией.

Продемонстрирована возможность контроля распределения величины механических напряжений в плоскости широкоформатного закаленного стекла по результатам обработки его изображений в поляризованном свете. Методами поляризационной интерферометрии исследованы образцы закаленного стекла различной толщины, изготовленные при различных режимах закалки. Показано, что режимы изготовления влияют на величину остаточных напряжений и их распределение, так с возрастанием толщины стекла области анизотропии, возникшие в процессе закалки (охлаждения воздушным потоком с давлением P), становятся шире, а неоднородность распределения напряжений убывает с увеличением толщины стекла. Анализ результатов позволяет выбрать оптимальные режимы изготовления закаленных стекол.

Таким образом, представленные результаты исследования оптических свойств закаленных стекол позволяют сделать вывод, что предложенный подход позволяет измерять распределение разности фаз в закаленном стекле и корректно оценивать распределение механических напряжений в неоднородных анизотропных объектах большой площади при устранении искажений в регистрируемой картине, обусловленных влиянием изоклин.

Литература

1. Шутов, А.И. Предельные уровни закалочных напряжений в листовом стекле / А.И. Шутов, Н.А. Герасимова, И.А. Новиков // Стекло и керамика. – 2002. – № 6. – С. 6–8.
2. Оптические свойства кристаллов / А.Ф. Константинова, Б.Н. Гречушников, Б.В. Бокуть, Е.Г. Валяшко. – Мн. : Наука и техника. 1995. – С. 88–94.
3. Helen, S.S. Achromatic phase shifting by a rotating polarizer / S.S. Helen, M.P. Kothiyal, R.S. Si-rohy // Optics Communications. – 1998. – Vol. 154. № 5–6. – P. 249–254.
4. Full-field heterodyne polariscope with an image signal processing method for principal axis and phase retardation measurements / Yu-Lung Lo [et al] // Applied Optics – 2006. – Vol. 45, №. 31. – P. 8006–8012.

5. Single-shot polarization-imaging digital holography based on simultaneous phase-shifting interferometry /Tatsuki Tahara [et all] // Optics letters. – 2011. – Vol. 36, №. 16. – P. 3254–3256.
6. Миндлин, Р. Изучение напряжений методом фотоупругости / Р. Миндлин // УФН. – 1940. – Т. 23, № 1. – С. 16–66.
7. Вишняков, Г.Н. Измерение разности фаз при линейном двулучепреломлении в дифференциальном фазовом поляриметре с вращающимся анализатором / Г.Н. Вишняков, Г.Г. Левин, А.Г. Ломакин // Оптический журнал. – 2011. – Т. 78, № 9. – С. 76–81.
8. Bouchal, P. Polarization sensitive phase-shifting Mirau interferometry using a liquid crystal variable retarder / Petr Bouchal, Radek Celechovský, and Zdenek Bouchal // Optics Letters. – 2015. – Vol. 40, №. 19. – P. 4567–4570.
9. Оптические методы контроля распределения механических напряжений в автомобильных закаленных стеклах / А.В. Хомченко [и др.] // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2013. – № 4 – С. 125–132.
10. ГОСТ 3519-91 Материалы оптические. Методы определения двулучепреломления. – М. : ИПК Издательство стандартов, 1992. – 21 с.

Государственное учреждение высшего
профессионального образования
«Белорусско-Российский университет»

Поступила в редакцию 29.04.2016

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 512.542

Факторизации конечных групп \mathbb{P} -субнормальными подгруппами
с заданными вложениями

В.Н. Тютянов¹, Т.В. Тихоненко¹, П.В. Бычков³

Исследованы некоторые произведения \mathbb{P} -субнормальных подгрупп с ограничениями на подгруппы.

Ключевые слова: конечная группа, простая неабелева группа, факторизуемая группа, \mathbb{P} -субнормальная подгруппа.

Some products of \mathbb{P} -subnormal subgroup with restrictions imposed on subgroups are investigated in the paper.

Keywords: finite group, simple non-abelian group, factorized group, \mathbb{P} -subnormal subgroup.

Введение. Будем рассматривать только конечные группы. В работе [1] было введено

Определение. Подгруппа H группы G называется \mathbb{P} -субнормальной в G (обозначается через $H \mathbb{P}\text{-sn } G$), если либо $H = G$, либо существует цепь подгрупп $H = H_0 \subset H_1 \subset \dots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$ такая, что $|H_i : H_{i-1}|$ – простое число для любого $i = 1, \dots, n$.

Данное определение послужило источником многих работ. В [2] была установлена разрешимость конечной группы, факторизуемой двумя разрешимыми \mathbb{P} -субнормальными подгруппами. В [3] рассматривались группы $G = AB$ при условии, что A и B \mathbb{P}^2 -субнормальны в G . В частности, была установлена разрешимость группы G при условии, что A и B разрешимы. В [4] установлена разрешимость и r -разрешимость группы $G = AB$ с \mathbb{P}_r^f -, \mathbb{P}^∞ - и \mathbb{P} -субнормальными разрешимыми или r -разрешимыми подгруппами A и B .

В данной работе с использованием теоремы о классификации простых неабелевых групп доказан следующий основной результат.

Теорема. Пусть $G = AB$, $(|A|, |B|) = 1$ и $|A|$ – нечетное число. Если $A \mathbb{P}\text{-sn } G$ и $B \mathbb{P}\text{-sn } G$, тогда $A \subseteq S(G)$ и простые неабелевы композиционные факторы группы G принадлежат списку: $PSL_2(7)$; $PSL_2(11)$; $SL_3(3)$, $SL_3(5)$, $SL_2(2^n)$, где $2^n + 1 = p$ – простое число Ферма.

1. Обозначения и предварительные результаты.

Принятые обозначения стандартны, их можно найти в [5]. Через $S(G)$ обозначается наибольшая нормальная разрешимая подгруппа группы G . Запись $G = [A]B$ означает, что группа G является полупрямым произведением подгрупп A и B с нормальной подгруппой A .

Лемма 1.1 [6, лемма 1.2]. Пусть G – простая неабелева группа и $1 \mathbb{P}\text{-sn } G$, тогда $G \in \{SL_3(3)$; $SL_3(5)$; $PSL_2(7)$; $PSL_2(11)$; $SL_2(2^n)$, где $2^n + 1 = p$ – простое число Ферма}.

Лемма 1.2 [2, лемма 3.1]. Пусть H – подгруппа группы G , N – нормальная подгруппа в группе G . Тогда, если $H \mathbb{P}\text{-sn } G$, то $(H \cap N) \mathbb{P}\text{-sn } G$ и $HN/N \mathbb{P}\text{-sn } G/N$.

2. Доказательство основного результата.

Теорема 2.1. Пусть $G = AB$, $(|A|, |B|) = 1$ и $|A|$ – нечетное число. Если $A \mathbb{P}\text{-sn } G$ и $B \mathbb{P}\text{-sn } G$, тогда $A \subseteq S(G)$ и простые неабелевы композиционные факторы группы G принадлежат списку: $PSL_2(7)$; $PSL_2(11)$; $SL_3(3)$, $SL_3(5)$, $SL_2(2^n)$, где $2^n + 1 = p$ – простое число Ферма.

Доказательство. Если G является разрешимой группой, то теорема верна. Поэтому будем считать, что группа G неразрешима. По теореме Томпсона-Фейта A – разрешимая подгруппа группы G . Так как A является разрешимой группой, то $1 \mathbb{P}\text{-sn } A$. Поскольку $A \mathbb{P}\text{-sn } G$,

то 1 \mathbb{P} -sn G . Из леммы 1.1 и леммы 1.2 следует, что простые неабелевы композиционные факторы группы G принадлежат списку из заключения теоремы.

Пусть G – минимальный контрпример к теореме. Так как A \mathbb{P} -sn G , B \mathbb{P} -sn G и $(|A|, |B|) = 1$, то группа G обладает двумя подгруппами различных простых индексов. По лемме 2.1 [1] группа G не является простой неабелевой группой.

Покажем, что $S(G) = 1$. Пусть $S(G) \neq 1$. Рассмотрим фактор-группу

$$\bar{G} = G/S(G) = AS(G)/S(G) \cdot BS(G)/S(G) = \bar{A}\bar{B}$$

Если $\bar{A} \neq 1$, $\bar{B} \neq 1$, тогда по лемме 1.2 группа \bar{G} удовлетворяет условиям теоремы. Так как G – минимальный контрпример к теореме, то $\bar{A} \subseteq S(\bar{G})$. Отсюда следует, что $A \subseteq S(G)$. Последнее невозможно. Если $\bar{A} = 1$ и $\bar{B} \neq 1$, тогда $A \subseteq S(G)$, что невозможно. Если $\bar{A} \neq 1$, $\bar{B} = 1$, то $B \subseteq S(G)$. Противоречие с тем, что G – неразрешимая группа. Таким образом, $S(G) = 1$.

Пусть T – произвольная собственная нормальная подгруппа группы G . Покажем, что $T \subseteq B$. Так как $(|A|, |B|) = 1$, то $T = (T \cap A)(T \cap B)$. Если $(T \cap B) = 1$, то $T = T \cap A \subseteq S(G) = 1$. Последнее невозможно. Значит $T \cap B \neq 1$. Если $T \cap A = 1$, тогда $T = T \cap B$ и $T \subseteq B$. Поэтому $T \cap B \neq 1$ и $T \cap A \neq 1$. По лемме 1.2 $T \cap B$ \mathbb{P} -sn T и $T \cap A$ \mathbb{P} -sn T . Следовательно, T удовлетворяет условиям теоремы. Так как G минимальный контрпример, то $T \cap A \subseteq S(T)$ $\text{char} T \triangleleft G$ и $S(G) \neq 1$. Последнее невозможно. Значит, $T \subseteq B$ для всякой подгруппы $T \triangleleft G$.

Покажем, что $B \triangleleft G$. Пусть $T_1 \triangleleft G$. Если $T_1 = B$, то $B \triangleleft G$. Поэтому $T_1 \subset B$. Рассмотрим фактор-групп $\bar{G} = G/T_1 = \bar{A}\bar{B}$, где $\bar{A} \neq 1$ и $\bar{B} \neq 1$. По лемме 1.2. \bar{A} \mathbb{P} -sn \bar{G} и \bar{B} \mathbb{P} -sn \bar{G} . Следовательно, \bar{G} имеет две подгруппы различных простых индексов. По лемме 2.1 [1] \bar{G} не простая. Так как всякая нормальная в G подгруппа содержится в B , то нормальная в \bar{G} подгруппа \bar{T}_2 содержится в \bar{B} . Обозначим T_2 полный прообраз в G группы \bar{T}_2 . Продолжая данный процесс, получим возрастающую цепь нормальных в G подгрупп $T_1 \subset T_2 \subset \dots$, содержащихся в B . Отсюда следует, что $B \triangleleft G$.

Если в $\bar{G} = G/B \cong A$ имеется собственная нормальная подгруппа, то в G существует нормальная подгруппа, не содержащаяся в B . Последнее невозможно. Следовательно, $|A| = r$ – простое число и $G = [B] \langle a \rangle$, где $\langle a \rangle \cong Z_r$.

Пусть $N = N_1 \times \dots \times N_k$ – минимальная нормальная подгруппа в группе G , где N_i – изоморфные простые неабелевы группы. Рассмотрим группу $N \langle a \rangle$. Пусть $N \langle a \rangle \neq G$. Покажем, что $N \langle a \rangle$ удовлетворяет условиям теоремы. Для этого достаточно показать, что $\langle a \rangle$ \mathbb{P} -sn $N \langle a \rangle$. Так как $\langle a \rangle$ \mathbb{P} -sn G , то имеется цепь: $\langle a \rangle \subset \langle a \rangle B_1 \subset \dots \subset \langle a \rangle B_{n-1} \subset \langle a \rangle B_n = G$, где $B_i \subseteq B$ и B_i – $\langle a \rangle$ -инвариантные подгруппы. Рассмотрим $\langle a \rangle$ -инвариантную цепь:

$$1 \subseteq B_1 \cap N \subseteq \dots \subseteq B_{n-1} \cap N \subseteq B_n \cap N = N.$$

Так как $|B_i \cap N : B_{i-1} \cap N| = |(B_i \cap N) B_{i-1} : B_{i-1}|$, а по лемме об индексах $|B_i : B_{i-1}| = |B_i : (B_i \cap N) B_{i-1}| \cdot |(B_i \cap N) : B_{i-1}|$, то $|B_i \cap N : B_{i-1} \cap N|$ делит простое число. Отсюда легко заключить, что $\langle a \rangle$ \mathbb{P} -sn $N \langle a \rangle$.

В силу минимальности контрпримера, $\langle a \rangle \subseteq S(\langle a \rangle N)$. Поэтому $\langle a \rangle N = \langle a \rangle \times N$ и $\langle a \rangle \subseteq C_G(N) \triangleleft G$. Очевидно, что $C_G(N) \neq G$. Следовательно, $C_G(N) \triangleleft G$ и в G имеется нормальная подгруппа не содержащаяся в B , что невозможно. Таким образом, $G = [N] \langle a \rangle$ и $N = B$.

Пусть сначала $k \geq 2$. Так как, $\langle a \rangle$ \mathbb{P} -sn G , то в G существует подгруппа Q , содержащая $\langle a \rangle$, индекса q , где q – простое число, делящее $|N|$. Очевидно, что Q не содержит подгрупп нормальных в G . Поэтому G изоморфно вкладывается в симметрическую группу S_q . Однако $(|G|, q^2) = q^2$, что невозможно.

Следовательно, $k = 1$ и N – простая неабелева группа из списка леммы 1.1. Из [7] следует, что в первых четырех случаях N не имеет внешнего автоморфизма, порядок которого вза-

имно прост с $|N|$. В последнем случае, так как $2^n+1 = p$ – простое число Ферма, то $n = 2^t$ и $|Out(N)| = 2 \cdot 2^t = 2^{t+1}$. Поэтому $|Out(N)|$ делит $|N|$. Последнее противоречие. Теорема доказана.

Отметим следующий критерий простоты конечной группы, факторизуемой двумя \mathbb{P} -субнормальными подгруппами.

Теорема 2.2. Пусть $G=AB$, где A \mathbb{P} -sn G и B \mathbb{P} -sn G . Тогда G не является простой неабелевой группой.

Доказательство. Пусть G – простая неабелева группа. Так как A \mathbb{P} -sn G , то G обладает цепью подгрупп $A = A_0 \subset A_1 \subset \dots \subset A_{k-1} \subset A_k = G$, где $|G : A_{k-1}| = p$ – простое число. Поскольку A_{k-1} не содержит подгрупп нормальных в G , то G изоморфно вкладывается в симметрическую группу S_p . Отсюда, в частности, следует, что $p = \max \pi(G)$, $(p, |A|) = 1$ и $(p, |B|) = p$. Так как B \mathbb{P} -sn G , то G – имеет цепь подгрупп $B = B_0 \subset B_1 \subset \dots \subset B_{t-1} \subset B_t = G$, где $|B : B_{t-1}| = q$ – простое число и G изоморфно вкладывается в симметрическую группу S_q . Как и выше, $q = \max \pi(G)$, $(q, |B|) = 1$. Противоречие с тем, что $(p, |B|) = p = \max \pi(G)$. Теорема доказана.

Если в теореме 2.2 $A \cap B = 1$, то имеет место следующий результат.

Теорема 2.3. Пусть $G = AB$, где A \mathbb{P} -sn G и B \mathbb{P} -sn G . Если $A \cap B = 1$, тогда группа G не является простой неабелевой группой и ее простые неабелевы композиционные факторы принадлежат списку: $SL_3(3)$; $SL_3(5)$; $PSL_2(7)$; $PSL_2(11)$; $SL_2(2^n)$, где $2^n+1 = p$ – простое число Ферма.

Доказательство. Из теоремы 2.2 следует, что G не является простой неабелевой группой. Из леммы 4.1 [2] индукцией легко получить, что 1 \mathbb{P} -sn A и 1 \mathbb{P} -sn B . Поскольку A \mathbb{P} -sn G и $A \cap B = 1$, то имеем, что 1 \mathbb{P} -sn G . Из леммы 1.1 и леммы 1.2 следует, что простые неабелевы композиционные факторы группы G принадлежат списку из заключения теоремы. Теорема доказана.

В [4] было введено следующее определение. Пусть \mathbb{N} и \mathbb{P} – множества всех натуральных и всех простых чисел соответственно. Для фиксированного $t \in \mathbb{N}$ положим $\mathbb{P}^t = \{p^k \mid p \in \mathbb{P}, k \in \{0\} \cup \mathbb{N}, k \leq t\}$.

Подгруппа H называется \mathbb{P}^t -субнормальной подгруппой группы G , если существует цепочка подгрупп $H = H_0 \subset H_1 \subset \dots \subset H_n = G$, такая, что $|H_i : H_{i-1}| \in \mathbb{P}^t$ для всех i , при этом используется обозначение H \mathbb{P}^t -sn G . В частности, при $k=1$ получим понятие \mathbb{P} -субнормальной подгруппы.

Задача. Описать конечные группы G такие, что $G = AB$, $(|A|, |B|) = 1$ и $|A|$ – нечетное число и A \mathbb{P}^{t_1} -sn G , B \mathbb{P}^{t_2} -sn G , для произвольных фиксированных $t_1, t_2 \in \mathbb{N}$.

Литература

1. Васильев, А.Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева, В.Н. Тютянов // Сиб. мат. журнал. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.
2. Васильев, А.Ф. О произведениях \mathbb{P} -субнормальных подгрупп в конечных группах / А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева, В.Н. Тютянов // Сиб. мат. журнал. – 2012. – Т. 53, № 1. – С. 59–67.
3. Княгина, В.Н. Конечные факторизуемые группы с разрешимыми \mathbb{P}^2 -субнормальными подгруппами / В.Н. Княгина, В.С. Монахов // Сиб. мат. журнал. – 2013. – Т. 54, № 1. – С. 77–85.
4. Тютянов, В.Н. Факторизации конечных групп \mathfrak{r} -разрешимыми подгруппами с заданными вложениями / В.Н. Тютянов, В.Н. Княгина // Укр. мат. журнал. – 2014. – Т. 66, № 10. – С. 1431–1435.
5. Gorenstein, D. Finite groups / D. Gorenstein. – New York : Harper and Row, 1968.
6. Тютянов, В.Н. О конечных группах с заданной системой силовских подгрупп / В.Н. Тютянов, Т.В. Тихоненко // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 3 (20). – С. 85–87.
7. Conway, J.H. Atlas of finite groups / J.H. Conway [et al.]. – London : Clarendon, 1985. – 252 p.

¹Международный университет «МИТСО», Гомельский филиал

²Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

³Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 22.02.2016

Технический редактор: *И.В. Близнец*. Корректоры: *Д.Д. Павловец, Г.Н. Петухова*

Подписано в печать 25.05.2016. Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная.
Ризография. Усл. печ. л. 15,6. Уч.-изд. л. 13,6. Тираж 100 экз. Заказ № 375.
Цена свободная

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/87 от 18.11.2013.

Специальное разрешение (лицензия) № 02330/450 от 18.12.2013.

Ул. Советская, 104, 246019, Гомель.